

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
COORDINACIÓN DEL CICLO ESPECÍFICO
MÉRIDA-VENEZUELA



INFORME DE PASANTÍAS

BR. VIELMA P. NELYANA DEL C.

REQUISITO ESPECIAL DE GRADO
PARA OPTAR AL TÍTULO DE
LICENCIADA EN MATEMÁTICAS

MÉRIDA, SEPTIEMBRE-2005

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
COORDINACIÓN DEL CICLO ESPECÍFICO
MÉRIDA-VENEZUELA



**ESTUDIO DEL RENDIMIENTO DE LOS
ASPIRANTES A BECAS Y/O PREMIOS
OTORGADOS POR FUNDACITE-Mérida
AÑO 2002-2004 Y UNA PROPUESTA
PARA MEJORAR EL RENDIMIENTO**

TUTOR INTERNO: DR. DIOMEDES BÁRCENAS

TUTOR EXTERNO: LIC. TÁNGER RIVAS

BR. VIELMA P. NELYANA DEL C.

MÉRIDA, SEPTIEMBRE-2005

Contenido General

INTRODUCCIÓN	6
Resumen	8
Capítulo I.....	9
Reseña Histórica	9
MARCO LEGAL Y ANTECEDENTES	10
MISIÓN:	11
VISIÓN:	11
OBJETIVOS:	11
Capítulo II.....	12
Recolección de Datos	12
Capítulo III.....	17
Aspectos Teóricos, Distribución Chi-Cuadrado	17
y Cálculos Estadísticos	17
3.1 Población y Muestra.	17
3.2 Histogramas.	18
3.3 Polígonos de Frecuencia.	18
3.4 Frecuencia Relativa.	19
3.5 Características Numéricas de una Muestra.	20
3.5.1 Media Muestral.	21
3.5.2 Mediana.	21
3.5.3 Rango.	22
3.5.4 Varianza y Desviación Típica.	22
3.5.5 Límite de Clase.	23
3.6 Distribución Chi-Cuadrado	23
3.6.1. Variable Aleatoria.	23
3.6.2. Distribución.	23
3.6.3 Distribución Normal.	23
3. 6.4 Definición.	24
3.6.5 Hipótesis Nula, Valores Críticos.	24
Cálculos Estadísticos	27
Capítulo IV.....	50
Conclusiones y Recomendaciones	50
Capítulo V	52
Anexos	52
Apéndice	60
1.- Espacio de Probabilidad.	60
2.-Definición Frecuentista.	60
3.- Variable Aleatoria.	61
4.- Esperanza Matemática o Valor medio de una Variable Aleatoria	62
5.-Mediana.	62
6.- Varianza	63
Bibliografía.....	64

INTRODUCCIÓN

En esta monografía haremos una descripción de las actividades de pasantía realizadas en FUNDACITE-Mérida del 14 de marzo al 27 de junio bajo la asesoría institucional del Lic. Tánger Rivas y la tutoría interna del Dr. Diomedes Bárcenas.

La actividad desarrollada en esta pasantía consistió en hacer un estudio cuantitativo del rendimiento en el área de Matemática de los becarios de FUNDACITE-Mérida y en la búsqueda de fórmulas para mejorar dicho rendimiento.

Un informe de estas actividades es el contenido de esta memoria, la cual hemos estructurado de la siguiente forma:

En el primer capítulo hacemos una presentación de los objetivos de FUNDACITE-Mérida, siguiendo información textual de documentos existentes en la institución; en el segundo capítulo presentaremos los datos recopilados para nuestro estudio; en el tercer capítulo hacemos un estudio estadístico de dichos datos. Para dar fundamentación teórica a este estudio, hemos introducido algunos conceptos estadísticos como media, varianza, distribución χ^2 , etc; todo, como hemos dicho, con la intención de fundamentar teóricamente nuestro trabajo. En este tercer capítulo se presentan estos resultados.

Las conclusiones de este trabajo, así como algunas recomendaciones, son el objeto del cuarto capítulo.

Partiendo de la hipótesis de que charlas divulgativas e históricas coadyuvan a motivar el interés de los aspirantes a alcanzar el éxito en el estudio de una determinada disciplina, hemos diseñado algunas charlas para dictarlas en los diferentes municipios donde se llevó a cabo nuestro trabajo. En el capítulo cinco se recoge el contenido de estas actividades motivacionales, el cual no es otro que sólidos de Platón y algunos ejercicios de matemática recreativa.

Inicialmente nos planteamos como objetivo la realización de estos talleres en búsqueda de la motivación de los aspirantes a becas y/o premios; pero pronto nos percatamos del interés intrínseco del estudio estadístico hecho. Un estudio que además encaja perfectamente con el artículo 55 del Reglamento para la carrera de Matemática.

La monografía termina con un apéndice que trata sobre Medida y Probabilidad, disciplinas indispensables para dar carácter teórico a los conceptos estadísticos introducidos en el capítulo tres.

Finalmente agradezco a las personas y a las instituciones que me apoyaron y permitieron culminar este proyecto para terminar esta etapa profesional:

Dr. Diómedes Bárcenas, tutor interno

Lic. Tánger Rivas, tutor externo

Dr. Jesús Pérez, por la asesoría y orientación durante la carrera y en juegos didácticos de matemática.

Departamento de Matemática, de la Universidad de Los Andes por haberme dado la oportunidad de culminar esta etapa profesional de mi vida.

FUNDACITE-Mérida, por el apoyo y la oportunidad de realizar este trabajo.

También agradezco especialmente por la confianza, apoyo y ánimo

A mis Padres Néstor y Carmen

A mis hermanas Hermy y Naty

A mi madrina Josefa

A Keyffer, Elizabeth (gorda), Yeni, Naive, Richard, Yamilet, Adriana Z., Patricia, Levi, Délfida, Pipo, Juan Pablo, Wilmer, Rafael, Javier C., Dairuve, Danillis, Begui, Elbis, Lorena y Frank.

A la memoria de mi abuela Emilia y mi primo Jean Carlos P.

Gracias...

Resumen

Haremos un breve estudio de los datos almacenados en FUNDACITE-Mérida de los aspirantes a becas y premios durante los años 2002-2004. Así mismo se realizarán talleres de motivación dictados a becarios y según la aceptación de ellos a dichos talleres proponemos la continuación de estos como estrategia para mejorar el rendimiento de futuros concursantes.

Capítulo I

Reseña Histórica

**Fundación para el Desarrollo de la Ciencia y la Tecnología
FUNDACITE-Mérida.**

RESEÑA HISTORICA DE LA EMPRESA

La Fundación para el Desarrollo de la Ciencia y la Tecnología (FUNDACITE) es una organización Gubernamental sin fines de lucro, que funge como enlace principal entre las estructuras del Estado y ONG promotoras de la Ciencia y la Tecnología, con los principales actores que conforman las posibilidades regionales en el área.

FUNDACITE Mérida fue creada por Decreto Presidencial N° 373 publicado en Gaceta Oficial N° 34292, del 28 de Agosto de 1989, registrada legalmente el 13 de Agosto de 1990 en el Distrito Libertador del Estado Mérida.

Desde 1989, Mérida conjugó las posibilidades para crear una entidad local que asumiera la coordinación y promoción de la actividad científica y tecnológica de la región y así nace la Fundación para el Desarrollo de la Ciencia y la Tecnología en este estado andino.

En sus primeros diez años, FUNDACITE Mérida convivió no sólo con el espacio natural científico y tecnológico de la región, cada vez más en avanzada, sino que también transitó en un contexto histórico que promovió cambios importantes en el escenario mundial, nacional y local, que obligaban a una revisión de los roles tradicionales de las instituciones dedicadas al servicio público y a una adaptación planificada al nuevo entorno social, con sus particulares exigencias.

De esta manera, FUNDACITE Mérida se presenta hoy día como un espacio de mediación entre los actores de la Ciencia y la Tecnología, tanto desde la oferta del conocimiento, como aquellos que pudieran generar demandas para la solución de los problemas locales.

MARCO LEGAL Y ANTECEDENTES

Desde el 7 de Marzo de 1991, por mandato de la Ley de Promoción, coordinación y Fortalecimiento de la Ciencia y la Tecnología del Estado Mérida, la Fundación es el organismo encargado de coordinar las actividades que en ciencias y tecnología desarrolla el Ejecutivo Regional del Estado Mérida. El cumplimiento de estas funciones:

1. Coordina la elaboración, ejecución, control y evaluación de presupuesto regional para el sector científico y tecnológico conjuntamente con la Dirección de Planificación y Presupuesto del Gobierno del Estado Mérida.
2. Asesora a Poderes Ejecutivo y Legislativo en materia de Ciencia y Tecnología.

Según Gaceta Oficial del Estado Mérida N° 745 de fecha 12/02/2004 la Ley de Ciencia Tecnología e Innovación única del país en el Estado Mérida la reconoce como ente rector del estado en materia de Ciencia Tecnología e Innovación.

MISIÓN:

Promover y orientar el desarrollo del Sistema Científico-Tecnológico del Estado Mérida, en función de dar su soporte al desarrollo social y económico de la Región.

VISIÓN:

Ser el ente rector en Ciencia, Tecnología e Innovación en el Estado Mérida.

OBJETIVOS:

1. Consolidar a Fundacite Mérida como el ente coordinador y vinculador del Sector de Ciencia y Tecnología del Estado Mérida
2. Fomentar y estimular una cultura en Ciencia y Tecnología.
3. Identificar las necesidades de los distintos sectores de la región en Ciencia Tecnología.

Copiamos textualmente documento definitorio de la institución obtenido de la misma.

Capítulo II

Recolección de Datos

El desarrollo de las Pasantías comenzó el 14 de marzo de 2005, en la Fundación para el desarrollo de la Ciencia y la Tecnología FUNDACITE - Mérida; el proyecto propuesto por la institución tiene como finalidad crear y desarrollar talleres para el mejoramiento del aprendizaje e incremento del interés por la matemática, pues existe un programa de becas y premios que consiste en presentar una prueba cuyo contenido es Castellano y Matemáticas, en el cual participan todos los estudiantes de Educación de la I, II y III etapa, de las diferentes instituciones ubicadas en todo el estado Mérida. Para garantizar la participación de los estudiantes se realiza una inscripción, luego se aplica la prueba, y por último seleccionan los ganadores; este programa otorga una beca para rendimiento estudiantil y otra que es un premio al estímulo, y año a año los premios y/o becas no son alcanzados en su totalidad, por el bajo rendimiento de los aspirantes, lo cual inquieta a la institución dando origen a un estudio riguroso para así lograr un mejor rendimiento en la prueba, y aumentar el número de becarios y/o premiados por la institución. Para comenzar realizamos un plan de actividades dando como primer paso la selección de los Municipios de nuestro estado donde vamos a realizar nuestro estudio, los Municipios escogidos fueron: Rivas Dávila, Tovar, Antonio Pinto Salinas, Guaraque y Zea, ubicados en la zona sur y Miranda, Rangel, Pueblo Llano y Cardenal Quintero ubicados en la zona norte del estado, segundo, comenzamos a recolectar datos archivados en la fundación, que nos serían útiles para el estudio estadístico del proyecto que se haría más adelante, estos datos fueron recolectados a partir del año 2002 hasta 2004, ya que consideramos tiempo suficiente para establecer comparaciones.

El objetivo principal de nuestro trabajo de investigación, es mejorar el conocimiento de nuestros estudiantes y en consecuencia aumentar el número de becarios tanto en educación básica como en media diversificada y media profesional; además, plantear sugerencias y estrategias para mejorar algunos aspectos que influyan en el aprendizaje de la ciencia en general y de la matemática en particular y así contribuir a fortalecer el conocimiento matemático de los futuros profesionales del estado; para desarrollar nuestro estudio comenzamos por revisar todos los archivos almacenados por la fundación durante algunos años, entre lo que encontramos, están las pruebas aplicadas a estudiantes de las distintas etapas. El programa de becas tiene trece años en actividad lo que nos ayudó a tener una idea del desarrollo y análisis de la misma, además de las pruebas encontramos informes anuales, con distintos datos sobre el proceso de inscripción, presentación, selección y conclusiones de la aplicación de la prueba, de toda esta información recolectamos los datos que consideramos esenciales e importantes para desarrollar nuestro trabajo; comenzamos primero con estudiar las pruebas aplicadas en estos años, en las cuales, pudimos notar que las áreas contenidas eran Castellano y Matemáticas, enfatizando nuestro interés al área de Matemáticas, observando así que el contenido de esta área era solo razonamiento lógico – matemático, lo que nos llamó la atención, ya que las preguntas de conocimiento no forman parte de las pruebas, al expresar nuestra inquietud, nos informó la coordinación de redacción y evaluación de las pruebas, que el objetivo de FUNDACITE – Mérida era evaluar solo la habilidad y destreza mental y no el conocimiento, pues ésta es ignorada en las diferentes instituciones escolares, por esto FUNDACITE-Mérida decide premiarla; continuando nuestro estudio con respecto a la Matemática, encontramos resultados estadísticos que nos refleja la actitud frente a la matemática, ya que tomamos una muestra aleatoria de alumnos sobre qué área de la prueba es mas contestada entre el área de lenguaje y el área matemática y el resultado obtenido fue que el área menos contestada y además menos acertadas es matemática, lo que nos preocupa y nos hace pensar en crear nuevas estrategias para cambiar la actitud y mejorar el interés de

nuestros estudiantes frente a la referida ciencia; partiendo de esto recolectamos los siguientes datos: promedios de alumnos inscritos, alumnos ganadores, becas y/o premios ganados por cada etapa, nos hubiese gustado tener resultados por sexo y edad, pero lamentablemente estos datos no se encuentran en los archivos de la fundación.

Mostraremos los datos recolectados por medio de tablas, de cada uno de los municipios referente a los años 2002, 2003 y 2004.

TABLAS DE PROMEDIO

TOVAR 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premiados	Becados
2002	119	40	5	38
2003	135	32	7	25
2004	158	38	9	29
Total	412	110	20	92

A. PINTO SALINAS 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premios	Becas
2002	142	33	3	32
2003	127	29	10	20
2004	115	21	2	21
Total	384	83	15	73

ZEA 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premios	Becas
2002	114	24	0	24
2003	55	24	3	23
2004	65	25	9	16
Total	234	73	12	63

GUARAQUE 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premios	Becas
2002	51	18	0	18
2003	21	14	1	13
2004	31	21	9	12
Total	103	53	10	43

RIVAS DÁVILA 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premios	Becas
2002	31	26	1	27
2003	74	52	7	45
2004	161	27	9	18
Total	266	105	17	87

RANGEL 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premios	Becas
2002	38	19	0	19
2003	28	23	8	16
2004	108	18	9	18
Total	174	60	15	53

CARDENAL QUINTERO 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premios	Becas
2002	126	15	1	15
2003	45	16	1	15
2004	101	15	9	15
Total	272	46	11	45

PUEBLO LLANO 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premios	Becas
2002	107	7	0	7
2003	21	18	3	15
2004	54	25	9	16
Total	182	50	12	38

MIRANDA 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premios	Becas
2002	127	27	2	27
2003	72	25	6	20
2004	60	24	9	24
Total	259	76	17	71

Es importante notificar que la incoherencia de los datos en algunos de los Municipios se refiere a que varios estudiantes fueron ganadores tanto de becas como de premios; los datos han sido tomados textualmente de los archivos de FUNDACITE-Mérida.

Una vez realizados los estudios pertinentes y recolectados todos los datos necesarios para el cálculo estadístico hacia donde se orientará nuestro proyecto, proponemos a la institución la creación y el desarrollo de talleres dirigidos a estos estudiantes, para cambiar la actitud y además estimularlos e incrementar el interés con respecto a las ciencias, en particular la matemática; el contenido de estos talleres fueron charlas divulgativas, historia, anécdotas, juego, proposición y resolución de ejercicios, todo esto referente a matemáticas.

Capítulo III

Aspectos Teóricos, Distribución Chi-Cuadrado y Cálculos Estadísticos

La Estadística como ciencia, es esa rama de las Matemáticas, que se encarga del estudio de los procedimientos para recolectar, organizar, analizar e interpretar datos numéricos. Todos los días, a través de distintos medios audiovisuales, recibimos una enorme cantidad de datos estadísticos destinados a informarnos o a modelar nuestra opinión sobre diversos temas. Es importante, por lo tanto, tener alguna idea de los principios básicos de la estadística. [12].

El objetivo de este capítulo es dar una breve introducción a la parte descriptiva de la estadística a usarse en este trabajo, cuyo fin es proveernos con resúmenes numéricos y gráficos de conjuntos de datos que nos permitan darnos una idea clara de sus características principales y dar carácter científico a nuestro trabajo.

A continuación daremos las definiciones necesarias para la elaboración de este trabajo, las cuales pueden ser encontradas en cualquier bibliografía sobre el tema; en este trabajo hemos seguido las siguientes referencias [9], [10],[12], [13].

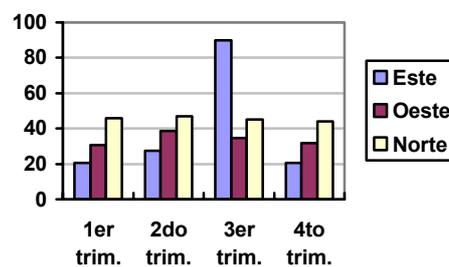
3.1 Población y Muestra.

En el estudio de los métodos estadísticos se denomina *población* al conjunto de objetos o individuos sobre los que deseamos tener información. La población se llama también *muestra*. Una muestra es utilizada para obtener información sobre la población.

3.2 Histogramas.

Un histograma es un método gráfico usual en la presentación y organización de datos numéricos. Este tipo de gráfico se usa frecuentemente para las distribuciones de frecuencias con intervalos o clases que están vinculadas cuantitativamente.

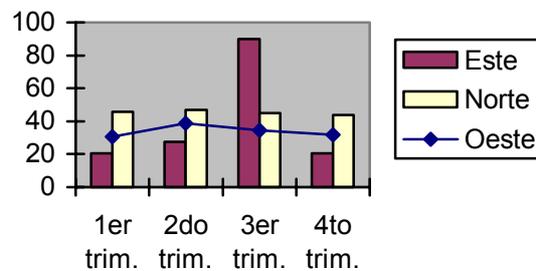
Veamos un ejemplo que representa la definición de Histograma.



3.3 Polígonos de Frecuencia.

Otro formato posible para representar gráficamente las frecuencias correspondientes a datos agrupados en clases es el del polígono de frecuencias, en el cual graficamos los puntos medios de cada clase contra la frecuencia de la clase correspondiente, obteniendo un polígono de $k + 2$ lados si k es el número de clases.

Es usual, para cerrar el polígono en los extremos, extender el rango de valores hasta el punto medio de la clase anterior o siguiente, según sea al inicio o al final del polígono.



3.4 Frecuencia Relativa.

Una de las primeras cosas que generalmente se hace con una lista grande de información numérica es reunirla en grupos (información agrupada). Un grupo, llamado algunas veces una categoría, se refiere al conjunto de números que tienen el mismo valor x_i , o al conjunto (clase) de números en un intervalo dado, donde el punto medio x_i del intervalo, llamado la *marca de clase* sirve como una aproximación a valores del intervalo. Se supone que hay k grupos como ese donde f_i representa el número de elementos (frecuencia) en el grupo con valor x_i o marca de clase x_i ; la *frecuencia acumulada* respecto a una clase dada corresponde al número de datos que son menores o iguales que el límite superior de dicha clase. De esa información agrupada se obtiene una tabla, llamada una *distribución de frecuencia* de la siguiente manera:

Valor (o valor de clase)	x_1	x_2	x_3	...	x_k
Frecuencia	f_1	f_2	f_3	...	f_k

Por tanto, el número total de elementos o de datos es

$$n = f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_s = \sum f_i$$

El número k de grupos que se ha decidido utilizar para reunir los datos no debe ser ni muy pequeño ni muy grande. Si éste es muy pequeño, entonces se perderá gran parte de la información de los datos dados; si es muy grande, entonces se perderá el propósito de agrupar los datos.

La frecuencia relativa se calcula dividiendo el valor de f_i entre el tamaño de la muestra n . Usaremos la notación f_r .

$$f_r = \frac{f_i}{n}; i = 1, \dots, n$$

Veamos un ejemplo para aclarar la definición dada.[9].

Supongamos que un conjunto residencial tiene $n = 45$ apartamentos, con el siguiente número de inquilinos:

2, 1, 3, 5, 2, 2, 2, 1, 4, 2, 6, 2, 4, 3, 1

2, 4, 3, 1, 4, 4, 2, 4, 4, 2, 2, 3, 1, 4, 2

3, 1, 5, 2, 4, 1, 3, 2, 4, 4, 2, 5, 1, 3, 4

Observemos que los únicos números que aparecen en la lista son 1, 2, 3, 4, 5 y 6. La distribución de frecuencia, incluyendo la distribución de frecuencia acumulada, es la siguiente:

Número de personas	1	2	3	4	5	6
Frecuencia f	8	14	7	12	3	1
Frecuencia acum. f_a	8	22	29	41	44	45

La suma de las frecuencias es $n = 45$, que también corresponde a la última entrada de la fila de frecuencias.

3.5 Características Numéricas de una Muestra.

Aun cuando las representaciones gráficas que hemos visto nos proveen una cantidad de información más precisa y en algún caso más útil, a partir de algunos parámetros numéricos de la distribución, por ejemplo, si tenemos dos conjuntos de datos referentes a un mismo experimento, es difícil describir cómo difieren los histogramas correspondientes a cada conjunto de datos. Por ello, podría ser útil a los efectos de esta comparación, estudiar algunos parámetros de cada colección de datos, tales como las medias y varianzas respectivas.

Al describir un grupo de observaciones con frecuencia se busca un número que lo caracterice. Por ejemplo, al describir la altura de un grupo de estudiantes, una altura *típica* puede ser útil para la descripción del grupo. Para este propósito no utilizaríamos el mayor valor, o el menor, como

representativos, ya que ellos son valores extremos y no valores típicos. Lo que deseamos hallar es un valor *central*. Las medidas que describen un valor típico o representativo de un grupo de observaciones se denominan usualmente medidas de tendencia central. [12].

3.5.1 Media Muestral.

Una medida de tendencia central es el promedio de los datos, es decir, el valor que se obtiene sumando las observaciones y dividiendo este valor entre el número de sumandos. Al promedio lo llamamos *media muestral*.

Sí x_1, x_2, \dots, x_n es el conjunto de observaciones de una muestra de tamaño n , denotaremos por \bar{X} a la media y la definimos por la fórmula

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i$$

En general supongamos que tenemos una muestra de tamaño n de una variable aleatoria que puede tomar k valores distintos x_1, x_2, \dots, x_n y la frecuencia del valor x_i es f_i , para $i = 1, \dots, n$ donde $\sum_{i=1}^k f_i = n$. Entonces, el valor de la media está dada por:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i \cdot f_i$$

3.5.2 Mediana.

Otra medida de tendencia central que se usa con frecuencia es la mediana, que es el valor que ocupa el lugar central en un conjunto de observaciones que han sido ordenadas por tamaño.

La mediana divide al conjunto de datos en dos mitades que tienen el mismo número de observaciones. Cuando hay un número impar de datos, la mediana es el valor central en el conjunto de datos ordenados. Cuando hay un número par, la mediana es el promedio de los valores centrales.

Supongamos que una lista x_1, x_2, \dots, x_n de n valores o datos, es ordenada en forma creciente. La *mediana* de los datos, representada por \tilde{X} se define por:

$$\tilde{X} = \begin{cases} x_{k+1}, n = 2k + 1 \\ \frac{x_k + x_{k+1}}{2}, n = 2k \end{cases}$$

3.5.3 Rango.

El rango es una medida de dispersión definida como el promedio entre el mayor y el menor de los valores de la muestra. Usualmente el rango se denota por rg_{med} y lo calculamos por medio de:

$$rg_{med} = \frac{x_1 + x_n}{2}$$

3.5.4 Varianza y Desviación Típica.

La definición de varianza empírica utiliza a la media muestral \bar{X} como el parámetro de la muestra respecto del cual se mide la concentración de los datos. Se consideran las diferencias entre los valores de la muestra X_i y el promedio \bar{X} y, para eliminar el signo, esta diferencia se eleva al cuadrado. La definición de la varianza es:

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

Si en el denominador tuviéramos n lugares en lugar de $n - 1$, tendríamos el promedio de los cuadrados de las diferencias. Para n suficientemente grande, la diferencia entre los promedios verdaderos y el utilizado en la definición es pequeña.

La desviación típica es simplemente, la raíz cuadrada de la varianza:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

3.5.5 Límite de Clase.

Los intervalos de clase o límites de clase surgen cuando el número de datos es muy grande. En este caso se realiza algún tipo de agrupación de los datos. Una de las maneras más usuales consiste en lo siguiente: Se toman los datos de la tabla de distribución de frecuencia simple y se agrupan en clases, cada una de las cuales debe contener el mismo número de datos. Si hacemos esto a partir del dato mayor y de manera decreciente podría ocurrir que la última clase obtenida no tenga el mismo número de datos que las anteriores, en cuyo caso se agrega los datos necesarios hasta completar el número de datos. En cada clase hay un número mayor y los otros menores llamados límites aparentes de la clase, y el número de datos en cada clase se llama la **Longitud** de dicha clase.

3.6 Distribución Chi-Cuadrado

3.6.1. Variable Aleatoria.

Es una muestra o población de n elementos en un conjunto de n datos. un conjunto finito de variables aleatorias son independientes si el valor de una de ellas no depende del valor de otra en ningún evento determinado.

3.6.2. Distribución.

Cuando nos interesa calcular la probabilidad con que una variable aleatoria en estudio asume uno de los valores decimos que la función que determina estos valores de la probabilidad se conoce como la *distribución* o la *función* de probabilidad de la variable aleatoria.

3.6.3 Distribución Normal.

Esta distribución es frecuentemente utilizada en las aplicaciones estadísticas. Su propio nombre indica su extendida utilización, justificada por la frecuencia o normalidad con la que ciertos fenómenos tienden a parecerse en su comportamiento a esta distribución.

Muchas variables aleatorias continuas presentan una función de densidad cuya gráfica tiene forma de campana. Empleando cálculos bastante laboriosos, puede demostrarse que el modelo de la **función de densidad** que corresponde a tales distribuciones viene dado por la fórmula:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

La distribución normal sirve como una aproximación excelente a una gran cantidad de distribuciones que tienen mucha importancia en la práctica. Aún más, esta distribución tiene varias propiedades matemáticas apreciables que hacen posible deducir importantes resultados teóricos.[10].

3. 6.4 Definición.

La distribución chi-cuadrado se utiliza para decidir si ciertas variables son independientes o no.

La definición formal de la distribución χ^2 (chi-cuadrado) es la siguiente:

$$\chi^2 = Z_1^2 + Z_2^2 + \dots + Z_k^2,$$

denominada la distribución chi-cuadrado con k grados de libertad, donde cada Z_i representa la distribución normal.

El número k de grados de libertad, que puede ser cualquier entero positivo incluyendo 1, frecuentemente está representado por df . Por tanto, hay una distribución χ^2 para cada k .

3.6.5 Hipótesis Nula, Valores Críticos.

Hipótesis Nula (H_0): Hipótesis que los datos encajan en una distribución dada. Los datos obtenidos de la distribución dada son los datos observados

“*obs*” Y los datos esperados “*exp*”, el valor de chi-cuadrado (χ^2) o el estadístico

chi-cuadrado para los datos dados mide los cuadrados ponderados de las diferencias, es decir:

$$\chi^2 = \sum \frac{(obs - exp)^2}{exp}$$

Suponiendo que los valores esperados no son muy pequeños, entonces la variable aleatoria anterior tiene la distribución chi-cuadrado con $df = n - 1$ grados de libertad.

Claramente, entre menor sea el valor de χ^2 , mejor será la aproximación de nuestra variable de estudio al valor crítico. Sin embargo, si χ^2 es muy grande, es decir, si χ^2 excede algún valor crítico c , se dice que el ajuste es malo y se rechaza H_0 . El valor crítico c está determinado por la preasignación de un nivel de significancia α donde: α es la probabilidad que χ^2 exceda el valor crítico $\alpha = p(\chi^2 \geq c)$. Si el valor χ^2 excede el valor crítico c , entonces se rechaza la hipótesis nula al nivel de significancia α .

Observaciones:

1.- Los datos observados provienen de una muestra con una población grande de manera que los valores de chi-cuadrado forman una variable aleatoria discreta. Cuando el tamaño de la muestra excede de 30, esta variable aleatoria se aproxima bastante a la distribución continua χ^2 .

2.-La distribución χ^2 también supone que el valor esperado no es muy pequeño.

La siguiente Tabla de Valores de la Distribución Chi-Cuadrado, la utilizaremos más adelante cuando comparemos nuestro valor obtenido χ^2 con respecto a los df (grados de libertad) y el parámetro α dado, cuando queremos verificar una hipótesis nula (H_0).

df	α				
	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005
1	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	13.36	15.51	17.54	20.09	21.96
9	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	16.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76
12	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
25	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93
30	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
50	63.17	67.51	71.42	76.15	79.49
100	118.50	124.30	129.60	135.80	140.20

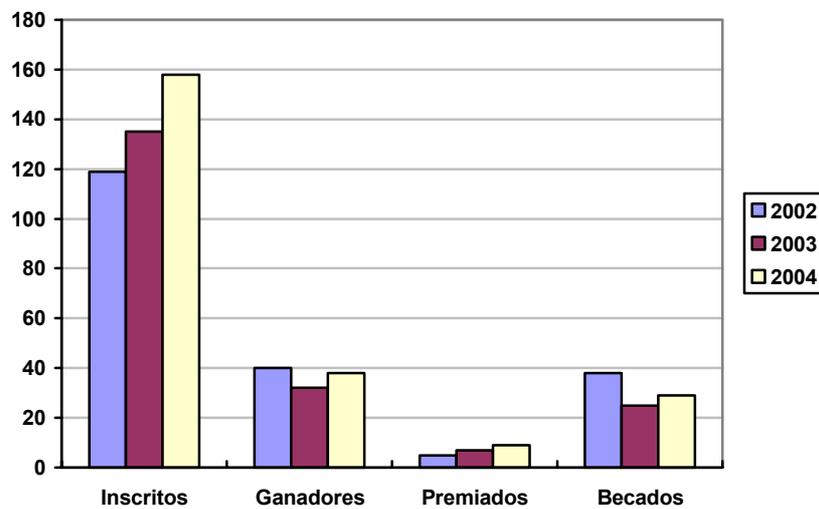
Tabla de Valores de la Distribución Chi-Cuadrado [9]

Cálculos Estadísticos

Los promedios de los datos obtenidos se expresarán por medio de tablas e histogramas, reflejando la cantidad de alumnos que participaron en la prueba y los ganadores de premio y/o beca de cada Municipio desde el año 2002 hasta el año 2004

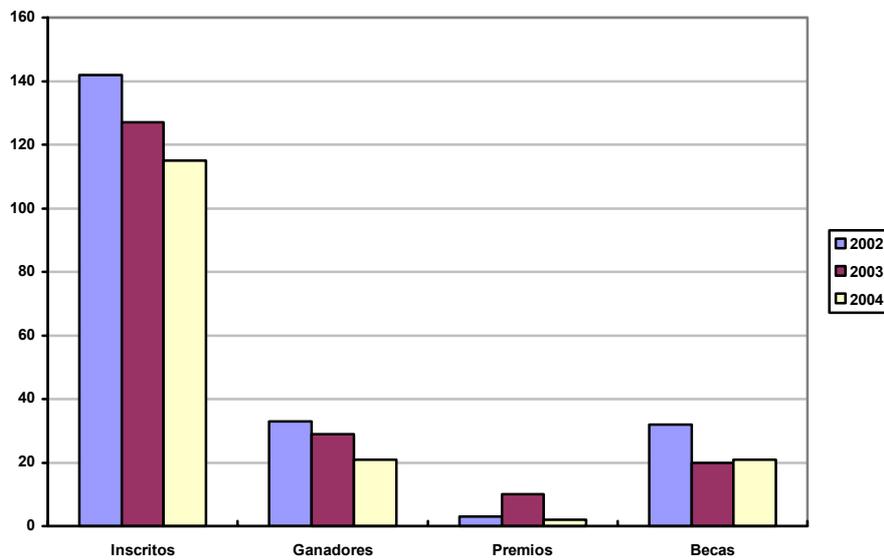
Tablas e histogramas de promedios

TOVAR 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premiados	Becados
2002	119	40	5	38
2003	135	32	7	25
2004	158	38	9	29
Total	412	110	20	92



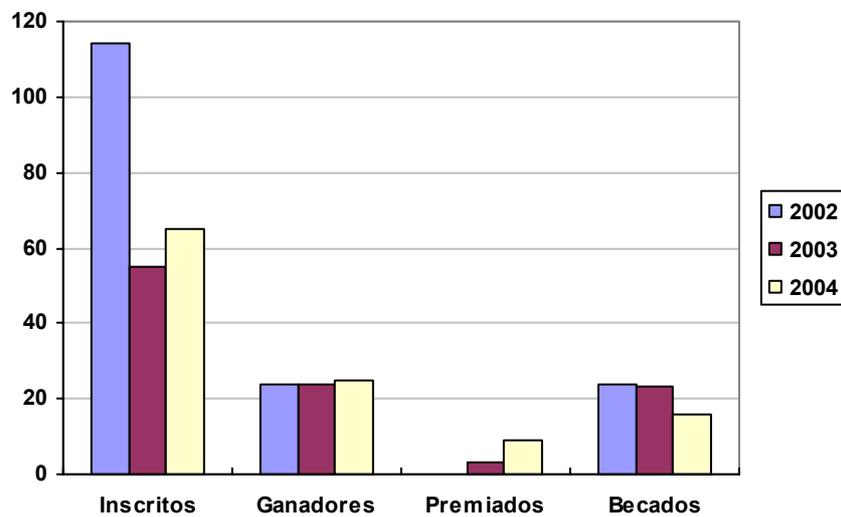
Tovar 2002-2004

A. PINTO SALINAS 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premiados	Becados
2002	142	33	3	32
2003	127	29	10	20
2004	115	21	2	21
Total	384	83	15	73



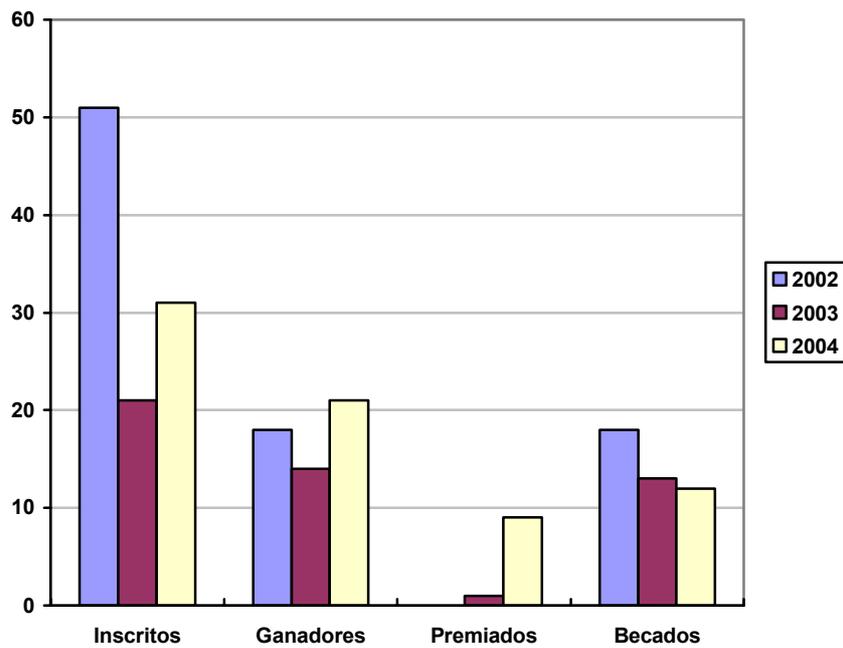
A. Pinto Salinas 2002-2004

ZEA 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premiados	Becados
2002	114	24	0	24
2003	55	24	3	23
2004	65	25	9	16
Total	234	73	12	63



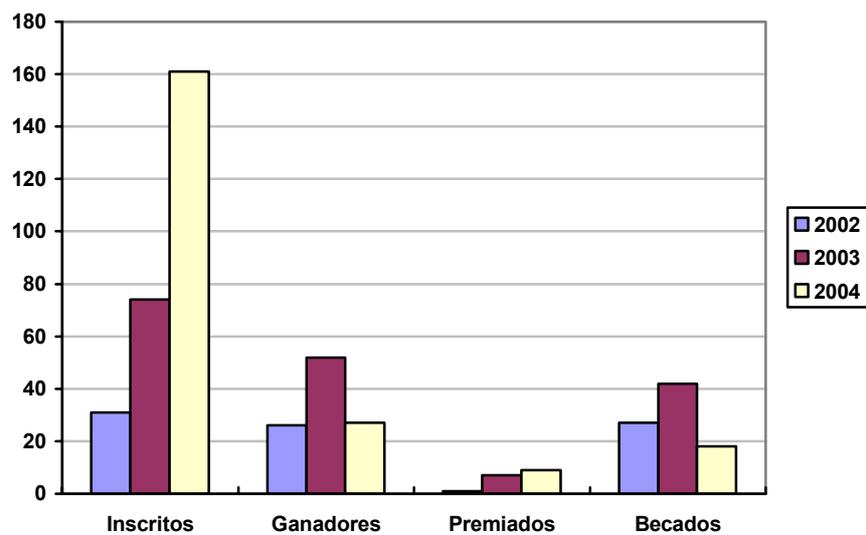
Zea 2002-2004

GUARAQUE 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premiados	Becados
2002	51	18	0	18
2003	21	14	1	13
2004	31	21	9	12
Total	103	53	10	43



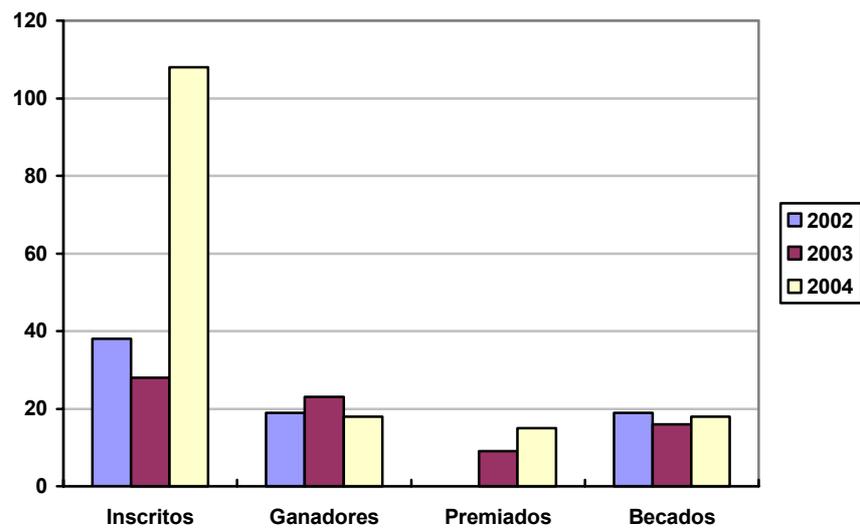
Guaraque 2002-2004

RIVAS DÁVILA 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premiados	Becados
2002	31	26	1	27
2003	74	52	7	42
2004	161	27	9	18
Total	266	105	17	87



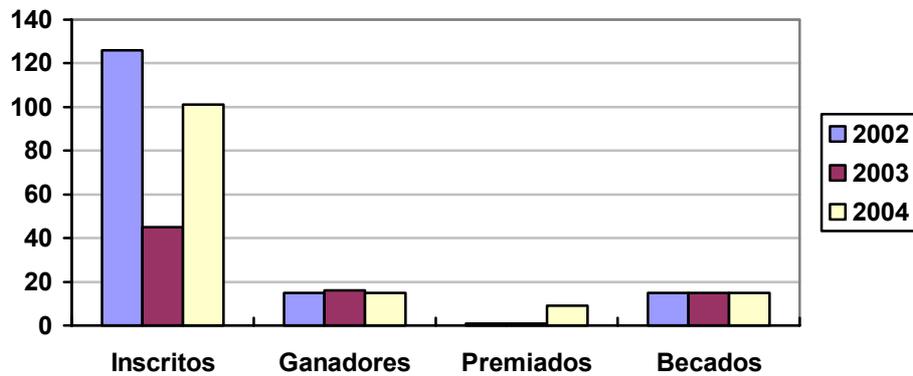
Rivas Dávila 2002-2004

RANGEL 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premiados	Becados
2002	38	19	0	19
2003	28	23	6	16
2004	108	18	9	18
Total	174	60	15	53



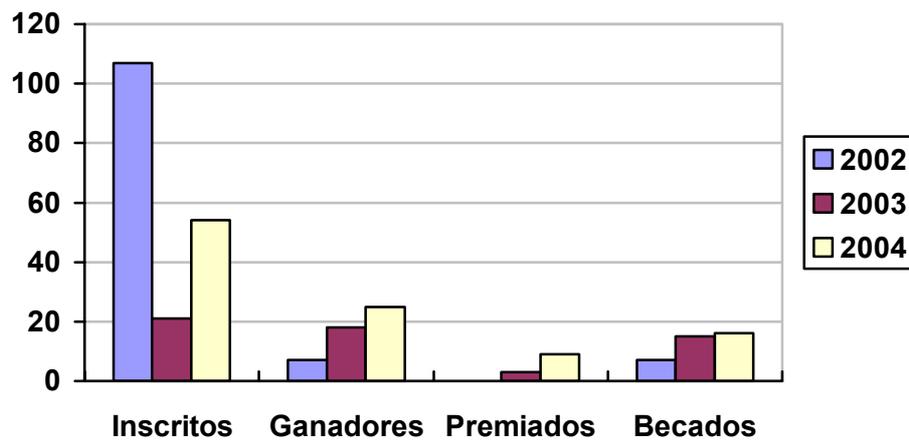
Rangel 2002-2004

CARDENAL QUINTERO 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premiados	Becados
2002	126	15	1	15
2003	45	16	1	15
2004	101	15	9	15
Total	272	46	11	45



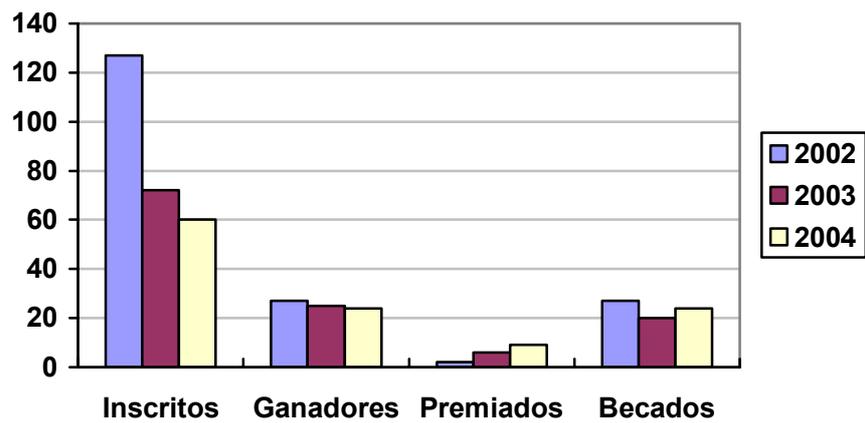
Cardenal Quintero 2002-2004

PUEBLO LLANO 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premiados	Becados
2002	107	7	0	7
2003	21	18	3	15
2004	54	25	9	16
Total	182	50	12	38



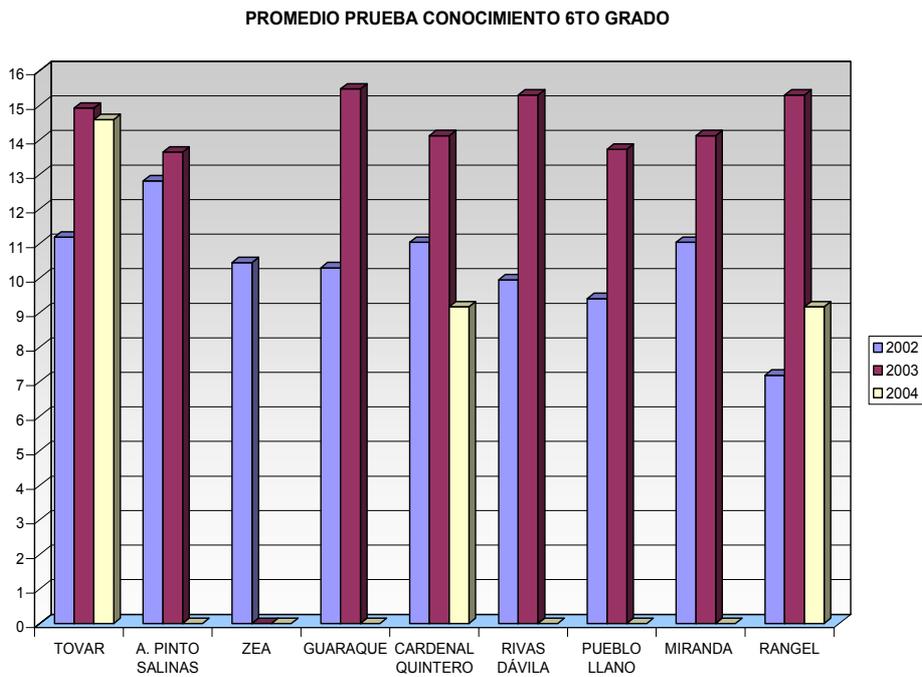
Pueblo Llano 2002-2004

MIRANDA 2002-2004				
	Inscritos	Ganadores	Premiados	Becados
2002	127	27	2	27
2003	72	25	6	20
2004	60	24	9	24
Total	259	76	17	71



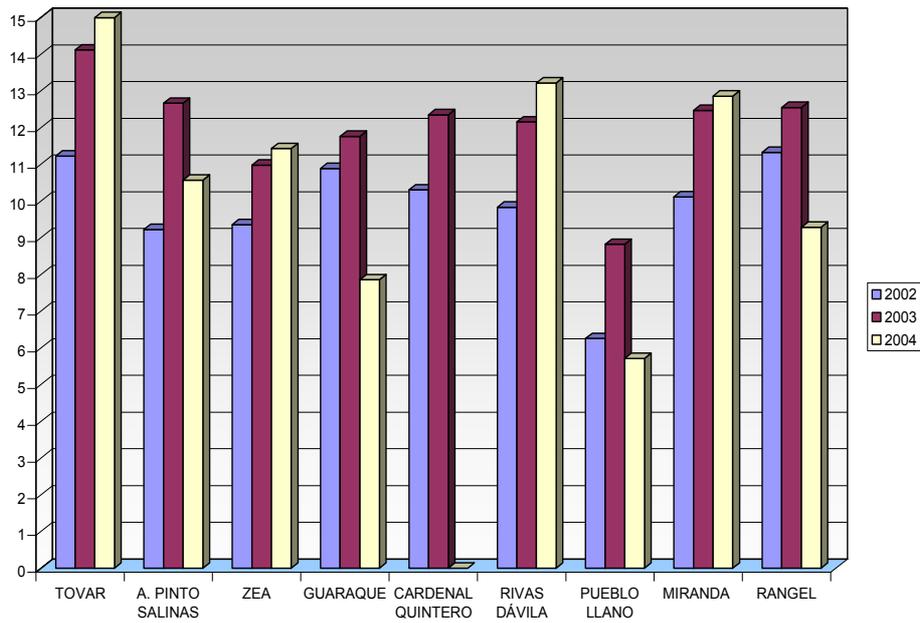
Miranda 2002-2004

PROMEDIO PRUEBA 6TO GRADO			
	2002	2003	2004
TOVAR	11,185	14,92	14,583
A. PINTO SALINAS	12,815	13,647	0
ZEA	10,444	0	0
GUARAQUE	10,296	15,471	0
CARDENAL QUINTERO	11,037	14,118	9,167
RIVAS DÁVILA	9,945	15,294	0
PUEBLO LLANO	9,408	13,726	0
MIRANDA	11,037	14,118	0
RANGEL	7,185	15,294	9,167



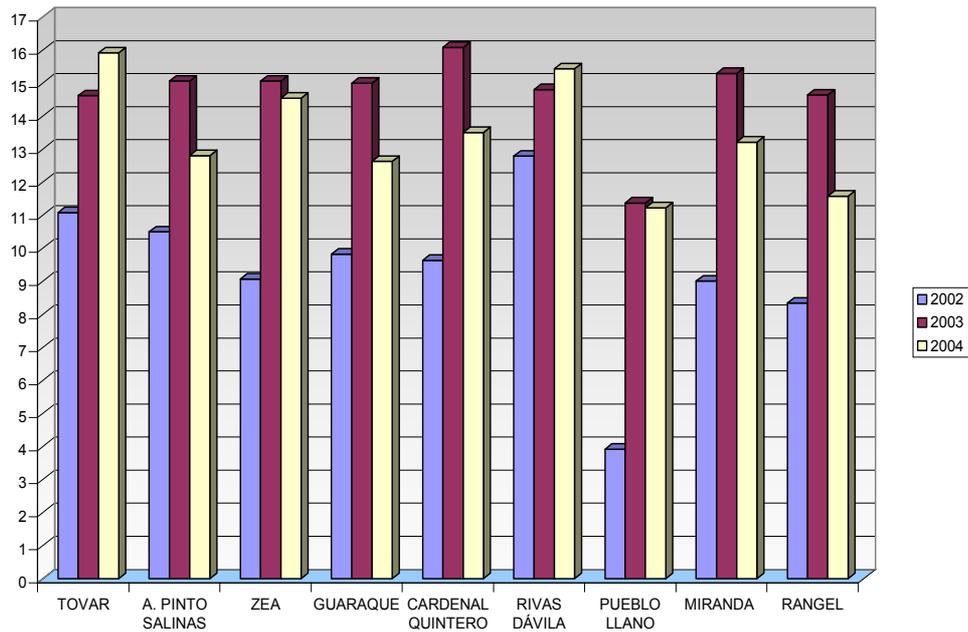
PROMEDIO PRUEBA 7MO GRADO			
	2002	2003	2004
TOVAR	11,225	14,118	15
A. PINTO SALINAS	9,227	12,665	10,571
ZEA	9,355	10,98	11,429
GUARAQUE	10,889	11,765	7,857
CARDENAL QUINTERO	10,305	12,353	0
RIVAS DÁVILA	9,831	12,157	13,214
PUEBLO LLANO	6,257	8,824	5,714
MIRANDA	10,113	12,471	12,857
RANGEL	11,326	12,549	9,285

PROMEDIO PRUEBA CONOCIMIENTO 7MO GRADO

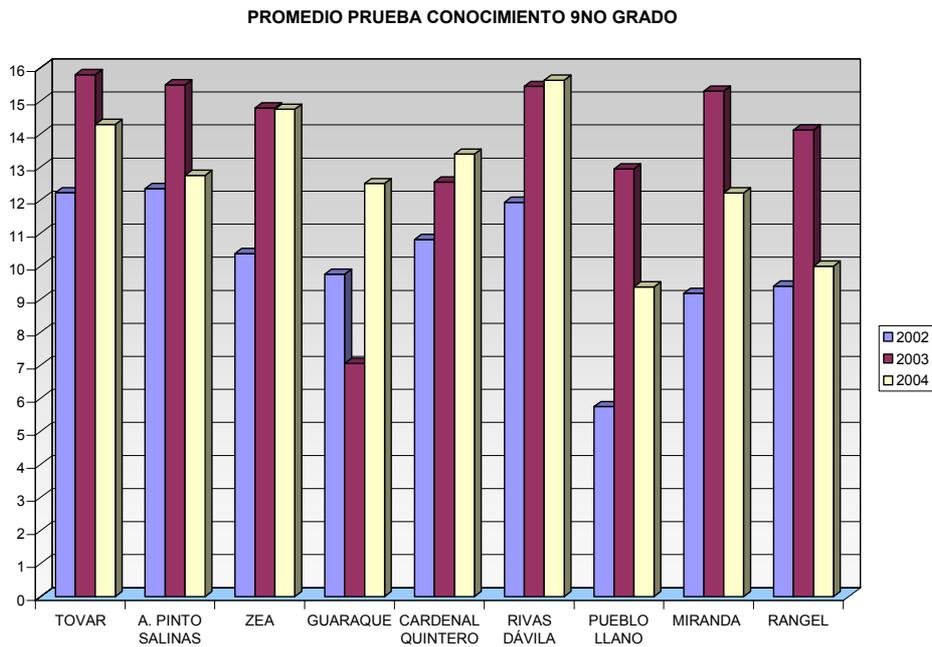


PROMEDIO PRUEBA 8VO GRADO			
	2002	2003	2004
TOVAR	11,081	14,622	15,921
A. PINTO SALINAS	10,497	15,059	12,807
ZEA	9,072	15,059	14,545
GUARAQUE	9,827	15	12,632
CARDENAL QUINTERO	9,637	16,079	13,509
RIVAS DÁVILA	12,793	14,804	15,433
PUEBLO LLANO	3,923	11,373	11,228
MIRANDA	9,007	15,294	13,216
RANGEL	8,343	14,641	11,579

PROMEDIO PRUEBAS CONOCIMIENTO 8VO GRADO

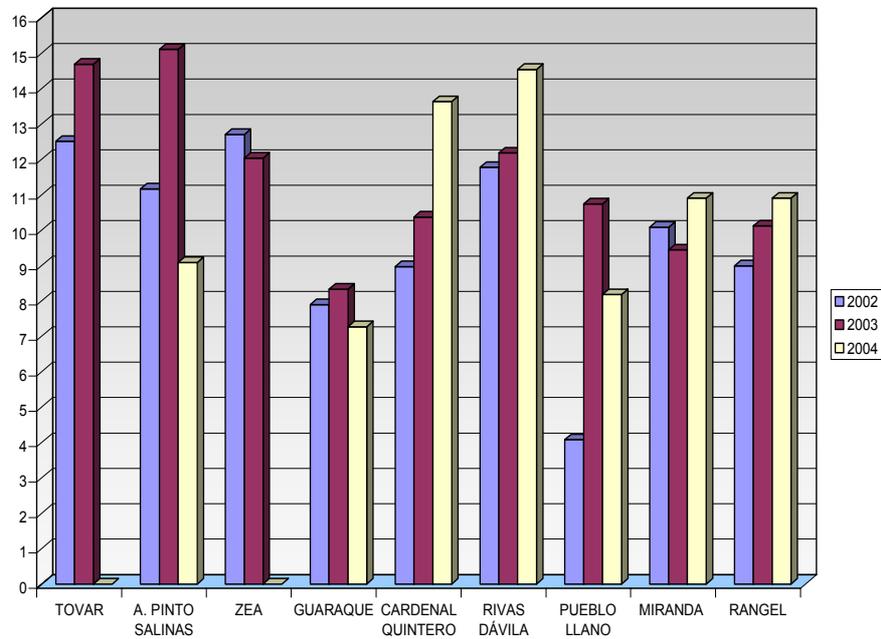


PROMEDIO PRUEBA 9NO GRADO			
	2002	2003	2004
TOVAR	12,225	15,799	14,286
A. PINTO SALINAS	12,345	15,49	12,75
ZEA	10,385	14,79	14,75
GUARAQUE	9,756	7,059	12,5
CARDENAL QUINTERO	10,806	12,549	13,393
RIVAS DÁVILA	11,933	15,441	15,625
PUEBLO LLANO	5,75	12,941	9,375
MIRANDA	9,18	15,294	12,222
RANGEL	9,393	14,118	10



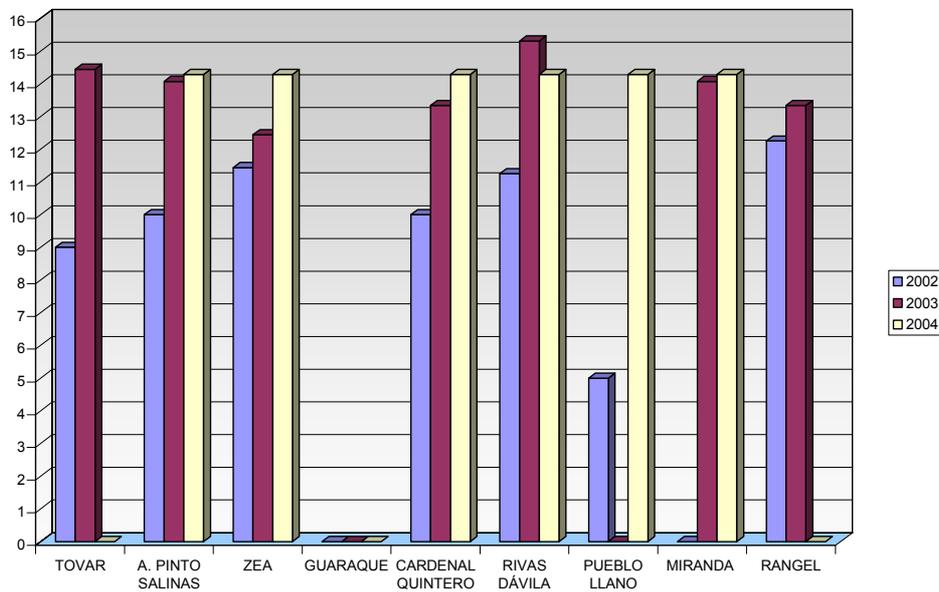
PROMEDIO PRUEBA 1ERO de MEDIA Y DIVERSIFICADA			
	2002	2003	2004
TOVAR	12,51	14,691	0
A. PINTO SALINAS	11,167	15,111	9,091
ZEA	12,708	12,037	0
GUARAQUE	7,901	8,333	7,273
CARDENAL QUINTERO	8,972	10,37	13,636
RIVAS DÁVILA	11,778	12,181	14,545
PUEBLO LLANO	4,083	10,741	8,182
MIRANDA	10,083	9,445	10,909
RANGEL	8,993	10,123	10,909

PROMEDIO PRUEBA CONOCIMIENTO 1ERO



PROMEDIO PRUEBA 2DO de MEDIA Y DIVERSIFICADA			
	2002	2003	2004
TOVAR	9	14,444	0
A. PINTO SALINAS	10	14,074	14,286
ZEA	11,438	12,444	14,286
GUARAQUE	0	0	0
CARDENAL QUINTERO	10	13,333	14,286
RIVAS DÁVILA	11,25	15,309	14,286
PUEBLO LLANO	5	0	14,286
MIRANDA	0	14,074	14,286
RANGEL	12,25	13,334	0

PROMEDIO PRUEBA CONOCIMIENTO 2DO



I ETAPA

PARA EL AÑO 2002

La amplitud de clase de esta distribución es $w = 2$ y $n = 9$

Limite de clase	7 - 9	9 - 11	11 - 13	
Marca de clase (χ_i)	8	10	12	30
Frecuencia f	1	4	4	9
Frecuencia acum f_a	1	5	9	

$$\bar{X} = 10,667$$

$$\tilde{X} = 10,444$$

$$rg_{med} = 10$$

$$\sigma^2 = 26$$

$$\sigma = 5,099$$

PARA EL AÑO 2003

La amplitud de clase es $w = 5$

Limite de clase	0 - 5	5 - 10	10 - 15	15 - 20	
Marca de clase (χ_i)	2.5	7.5	12.5	17.5	40
Frecuencia f	1	0	5	3	9
Frecuencia acum f_a	1	0	6	9	

$$\bar{X} = 13,055$$

$$\tilde{X} = 14,902$$

$$rg_{med} = 7,735$$

$$\sigma^2 = 36,371$$

$$\sigma = 6,030$$

PARA EL AÑO 2004

Limite de clase	0 - 5	5 - 10	10 - 15	
Marca de clase (χ_i)	2,5	7,5	12,5	22,5
Frecuencia f	6	2	1	9
Frecuencia acum f_a	6	8	9	

$$\bar{X} = 4,722$$

$$\tilde{X} = 0$$

$$rg_{med} = 7,291$$

$$\sigma^2 = 35,937$$

$$\sigma = 5,995$$

II ETAPA

PARA EL AÑO 2002

La amplitud de clase para esta distribución es $w = 2$

Limite de clase	3 - 5	5 - 7	7 - 9	9 - 11	11 - 13	
Marca de clase (χ_i)	4	6	8	10	12	40
Frecuencia f	1	2	1	16	7	27
Frecuencia acum f_a	1	3	4	20	27	

$$\bar{X} = 9,926$$

$$\tilde{X} = 9,831$$

$$rg_{med} = 8$$

$$\sigma^2 = 11,567$$

$$\sigma = 3,401$$

PARA EL AÑO 2003

$$w = 5$$

Limite de clase	5 - 10	10 - 15	15 - 20	
Marca de clase (χ_i)	7,5	12,5	17,5	37,5
Frecuencia f	2	17	8	27
Frecuencia acum f_a	2	19	27	

$$\bar{X} = 13,611$$

$$\tilde{X} = 14,622$$

$$rg_{med} = 11,563$$

$$\sigma^2 = 17,949$$

$$\sigma = 4,237$$

PARA EL AÑO 2004

$$w = 5$$

Limite de clase	0 - 5	5 - 10	10 - 15	15 - 20	
Marca de clase (χ_i)	2.5	7.5	12.5	17.5	40
Frecuencia f	1	5	18	3	27
Frecuencia acum f_a	1	6	24	27	

$$\bar{X} = 12,5$$

$$\tilde{X} = 12,857$$

$$rg_{med} = 7,960$$

$$\sigma^2 = 17,913$$

$$\sigma = 4,232$$

III Etapa**PARA EL AÑO 2002**

$$w = 2$$

Limite de clase	5 - 10	10 - 15	15 - 20	
Marca de clase (χ_i)	2,5	7,5	12,5	22,5
Frecuencia f	4	6	8	18
Frecuencia acum f_a	4	10	18	

$$\begin{aligned}\bar{X} &= 8,61 \\ \tilde{X} &= 9,5 \\ rg_{med} &= 6,354 \\ \sigma^2 &= 11,213 \\ \sigma &= 3,348\end{aligned}$$

PARA EL AÑO 2003

$$w = 5$$

Limite de clase	0 - 5	5 - 10	10 - 15	15 - 20	
Marca de clase (χ_i)	2.5	7.5	12.5	17.5	40
Frecuencia f	2	2	12	2	18
Frecuencia acum f_a	2	4	16	18	

$$\begin{aligned}\bar{X} &= 11,389 \\ \tilde{X} &= 12,109 \\ rg_{med} &= 7,654 \\ \sigma^2 &= 25,643 \\ \sigma &= 5,064\end{aligned}$$

PARA EL AÑO 2004

$$w = 5$$

Limite de clase	0 - 5	5 - 10	10 - 15	
Marca de clase (χ_i)	2,5	7,5	12,5	22,5
Frecuencia f	5	3	10	18
Frecuencia acum f_a	5	8	18	

$$\begin{aligned}\bar{X} &= 8,889 \\ \tilde{X} &= 10,909 \\ rg_{med} &= 7,272 \\ \sigma^2 &= 11,213 \\ \sigma &= 5,406\end{aligned}$$

Las siguientes tablas representan la comparación de lo calculado por etapa, año y municipios.

Tabla 1: I etapa

Año/09municipios	\bar{X}	\tilde{X}	rg_{med}	σ^2	σ
2002	10,667	10,444	10	26	5,099
2003	13,055	14,902	7,735	36,371	6,030
2004	4,722	0	7,291	35,937	5,995

Tabla 2:II etapa

Año/09municipios	\bar{X}	\tilde{X}	rg_{med}	σ^2	σ
2002	9,926	9,831	8	11,567	3,401
2003	13,611	14,622	11,563	17,949	4,237
2004	12,5	12,857	7,960	17,913	4,232

Tabla 3:III etapa

Año/09municipios	\bar{X}	\tilde{X}	rg_{med}	σ^2	σ
2002	8,611	9,5	6,354	11,213	3,348
2003	11,389	12,109	7,654	25,653	5,064
2004	8,889	10,909	7,272	29,228	5,406

Cuando las muestras están bien distribuidas, podemos decir que los diferentes promedios son regulares o uniformes.

Ahora analizaremos estos datos usando la distribución chi-cuadrado.

Tabla de Promedios de \bar{X} por Municipios/2002-2004

MUNICIPIOS/2002-2004	\bar{X}
TOVAR	11,081
A. PINTO SALINAS	10,497
ZEA	9,072
GUARAQUE	9,827
CARDENAL QUINTERO	9,637
RIVAS DÁVILA	12,793
PUEBLO LLANO	3,923
MIRANDA	9,007
RANGEL	8,343

Sea H_0 , la hipótesis nula que afirma que la distribución es binomial con $p = 0,70$, comprobaremos la hipótesis a un nivel de significancia $\alpha = 0,10$ y $\alpha = 0,05$.

La distribución binomial con $n = 27, k = 9$ y $p = 0,7$ para la I, II, III etapa es

$$\chi^2 = 24,7525$$

Tenemos $df = 24$ grados de libertad, el valor crítico asociado a $df = 24$ y $\alpha = 0,10$ es $c = 34,38$ y como $24,7525 \leq 34,38$, aceptamos la hipótesis nula H_0 que afirma que la distribución es binomial con $p = 0,7$.

Estos resultados los obtenemos por medio de una serie de cálculos que mostraremos a continuación:

La distribución normal con $n = 9$, $p = 0,7$ y $k = 1,2,3,\dots,27$, pues estamos tomando los años 2002-2004 por cada municipio.

$Z_n = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$	$obs(Z_n)$	$esp(Z_n, 27)$
$p(1) = 9(0,3)^8(0,7)^1$	0,0004	0,0111
$p(2) = 36(0,3)^7(0,7)^2$	0,0038	0,1041
$p(3) = 84(0,3)^6(0,7)^3$	0,0210	0,5671
$p(4) = 126(0,3)^5(0,7)^4$	0,0741	2,0012
$p(5) = 126(0,3)^4(0,7)^5$	0,1715	4,6313
$p(6) = 84(0,3)^3(0,7)^6$	0,2668	7,2043
$p(7) = 36(0,3)^2(0,7)^7$	0,2668	7,2039
$p(8) = 9(0,3)^1(0,7)^8$	0,1555	4,1990
$p(9) = 1(0,3)^0(0,7)^9$	0,0403	1,0894

Sustituyendo los valores hallados y mostrados en la tabla anterior en la siguiente ecuación:

$$\chi^2 = \sum \frac{(obs - exp)^2}{exp},$$

obtenemos como resultado:

$$\chi^2 = 24,7525$$

Al obtenerse la situación idealizada, al aceptarse la Hipótesis Nula (H_0), en un valor en χ^2 también se obtendría con un valor menor, en caso que nuestro valor hubiese fallado con $\alpha = 0,10$, hubiésemos ensayado con un valor menor.

Los cálculos estadísticos por municipio reflejan una media que aunque tiene una distribución normal se aleja del promedio mínimo aprobatorio de la escala de 01-20 puntos, lo que refleja deficiencia en la formación matemática, esta deficiencia también se refleja en cualquiera de los cálculos realizados anteriormente.

Es de observarse que independientemente de su influencia en el rendimiento de los estudiantes las pruebas se han concentrado en los ejercicios de Razonamiento lógico-matemático, obviando preguntas de conocimiento y cálculo numérico.

Capítulo IV

Conclusiones y Recomendaciones

1- En principio nos planteamos realizar encuestas a los estudiantes para tener una idea sobre la manera en las que se estaba impartiendo el conocimiento, pero por falta de tiempo de pasantías éstas no se realizaron.

2.- Una vez realizados los estudios pertinentes y recolectados todos los datos necesarios para el estudio estadístico en el que se orientó nuestro proyecto, propusimos a la fundación la creación y el desarrollo de talleres dirigidos a estos estudiantes, para cambiar la actitud y además estimularlos e incrementar el interés con respecto a las ciencias, en particular con la matemática, el contenido de estos talleres fue charlas divulgativas, historia, anécdotas, juego, proposición y resolución de ejercicios, todo esto referente a matemáticas.

3.- Luego de recibir la aprobación de nuestra propuesta por parte de FUNDACITE, ésta fue aplicada en los municipios mencionados anteriormente a partir del 25 de abril del presente año, durante cuatro semanas, con una duración de 08 horas por municipio.

4.- Aunque no podemos hacer inferencia estadística por el poco tiempo que duró las pasantías, recomendamos conservar los datos como punto de partida para estudios o análisis posteriores y obtener conclusiones estadísticas más aceptables.

5.- Proponemos realizar este tipo de talleres de manera continua.

6.- Recomendamos que estos talleres sean impartidos también a los estudiantes que no tienen beca ni premio, pues esto permitiría aumentar el número de alumnos becados, lo que es un gran aporte por parte de FUNDACITE-Mérida.

7.- Incorporar al resto de los municipios a participar en este tipo de actividades.

8.- Proponemos que FUNDACITE-Mérida enfatice la actividad de ejercicios de razonamiento lógico-matemático y los juegos, y que se cuantifique la reacción de los estudiantes en cálculos estadísticos como los hechos en los capítulos precedentes y así tener elementos para un diagnóstico e inferencia estadística y de forma que se puedan elaborar planes futuros sobre los datos obtenidos conociendo fortalezas y debilidades de los posibles aspirantes a becas y premios de FUNDACITE-Mérida.

Capítulo V

Anexos

CONTENIDO DESARROLLADO EN LOS TALLERES

Charla de Geometría

La palabra geometría es de origen griego: γεωμετρία está compuesta de dos palabras: γη (ge) cuyo significado es tierra, globo terráqueo, pero que también llega a significar mundo, universo; y μετρία (metría derivada del verbo medir).

Así la palabra geometría vendrá a significar todo lo relacionado con la medición de la tierra, del mundo, del universo.

La geometría es la rama de las Matemáticas que se ocupa de las propiedades del espacio, en su forma más elemental, la geometría se preocupa de problemas métricos como el cálculo de áreas y diámetro de figuras planas; por ejemplo, cuadrados, triángulos, círculos, rombos, entre otras y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos; por ejemplo, cubos, cilindros, esfera, etc.

Comencemos recordando la idea acerca de punto, recta y plano, como características especiales de la representación de nuestra idea intuitiva de un punto podemos señalar, a primera vista, el hecho de que son atómicos (es decir, que no tiene partes, no es agregado de otros elementos); respecto a la representación de una recta podemos señalar que son delgadas, que no se doblan, y que se extienden indefinidamente, ya que las flechas indican precisamente que la recta no termina donde termina su dibujo y en términos no muy precisos se podría decir que el plano no tiene menos de dos dimensiones.

Ahora recordemos otras definiciones como la de ángulo y diagonal, podríamos decir que un ángulo es la abertura formada por dos semirrectas con un mismo origen o un ángulo es la porción del plano limitada por dos

semirrectas; ahora expondremos la definición de diagonal: es el segmento que une dos vértices no contiguos; después de recordar estas ideas y conceptos realizaremos una actividad, en la que vamos a estudiar una figura geométrica plana en particular como lo es el rectángulo.

A continuación se desarrolla en la clase una actividad en la que está presente una fase exploratoria, otra de construcción y la de conclusiones, esta actividad fue tomada de [5]

Charla sobre Los Poliedros de Platón

Quién fue Platón?; Platón, fue uno de los filósofos más famosos de la antigua Grecia, su nombre original era Aristocles, su apodo “Platón” viene dado por las características físicas, pues era un hombre alto y ancho de espaldas.

Ahora daremos la definición de polígono; Se define un polígono de n lados a la figura geométrica formada por n puntos y n segmentos que unen dichos puntos; los puntos que unen los segmentos se llaman vértices del polígono y los segmentos se llaman lados del polígono; los polígonos regulares o poliedros regulares son aquellos que tienen sus lados y ángulos iguales; los poliedros regulares estudiados por Platón fueron el tetraedro formado por cuatro caras triangulares; cubo, poliedro que tiene seis cara cuadradas; el icosaedro, figura formada por veinte caras triangulares; el octaedro tiene ocho caras formadas por triángulos equiláteros y el dodecaedro tiene doce caras pentagonales, Platón le asoció a cada uno de estos poliedros los elementos de la tierra, la tierra y el universo, de la siguiente manera:

1.- el fuego al tetraedro (El fuego tiene la forma del tetraedro, pues el fuego es el elemento más pequeño, ligero, móvil y agudo)

2.- la tierra al cubo (el poliedro más sólido de los cinco)

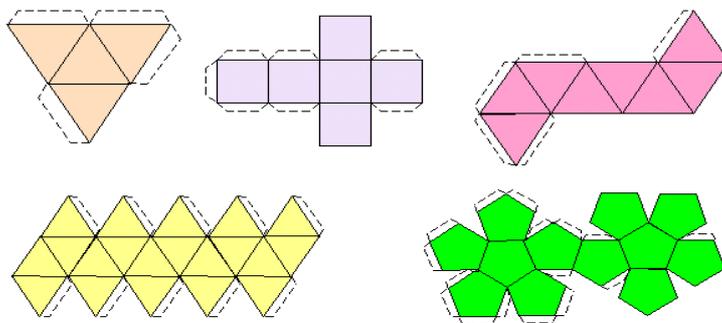
3.- el aire al octaedro (Para los griegos el aire, de tamaño, peso y fluidez, en cierto modo intermedios, se compone de octaedros)

4.- el agua al icosaedro (El agua, el más móvil y fluido de los elementos, debe tener como forma propia o “semilla”, el icosaedro, el sólido más cercano a la esfera y, por tanto, el que con mayor facilidad puede rodar)

5.- mientras que el dodecaedro (el universo) (como los griegos ya tenían asignados los cuatro elementos, dejaba sin pareja al dodecaedro. De forma un tanto forzada lo relacionaron con el Universo como conjunción de los otros cuatro: La forma del dodecaedro es la que los dioses emplean para disponer las constelaciones en los cielos).

Construyamos los Poliedros de Platón :

Las siguientes figuras representan los Poliedros de Platón, previamente trazadas.



Ilustraciones: **1.- Tetraedro** **3.- Octaedro** **4.- Icosaedro**
2.- Cubo **5.- dodecaedro**

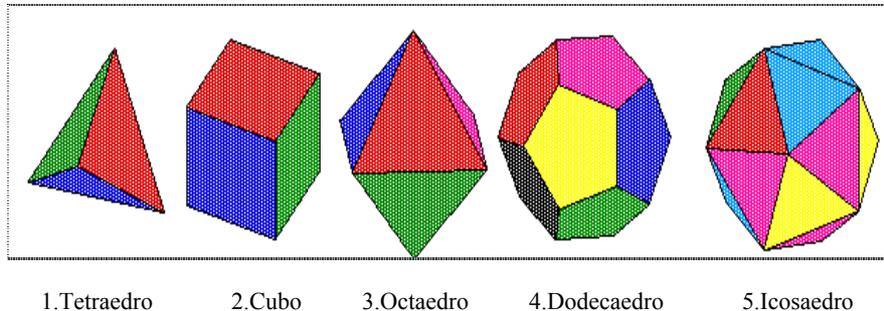
Los pasos a seguir para realizar la construcción de Los Poliedros de Platón son los siguientes:

1.- Recortamos las figuras previamente dibujadas

2.-Doblamos las figuras por las líneas marcadas, para fijar cada lado.

3.-Luego procedemos a pegar los lados punteados, que son llamados las pestañas de la figura, dándole forma a medida que lo vamos pegando y así vamos obteniendo el sólido esperado.

4.-ya terminado nuestro sólido, recomendamos colocarle el nombre para no olvidarlo.



Ejercicios de Razonamiento:

Desarrollaremos algunos ejercicios de razonamiento lógico-matemático, tomados del curso de Taller I dictado en la Facultad de Ciencias, durante los semestres B-2004 y A-2005.

- Cada una de las caras de las tarjetas de la figura tiene un número en una cara y una letra en la otra. Alguien afirmó que todas las tarjetas que tienen una vocal en una cara, tienen un número par en la otra. ¿ cómo verificar si tal afirmación es cierta volteando el menor número de tarjetas ?



- Tenemos 08 monedas rigurosamente iguales en su apariencia exterior, sin embargo, una de ellas es falsa y pesa menos que las otras siete. ¿Es posible descubrir la falsa haciendo solo dos pesajes en una balanza de platillos?

- En dos clases del mismo instituto se realiza el mismo examen, una de ellas, de 20 alumnos, alcanza un puntaje de aprobados del 80%, en la otra, de 30 estudiantes, éste es del 70%. Hallar el porcentaje de aprobados de los estudiantes de ambas clases.
- Dentro de 22 años la edad de Juan será el doble de la de su hijo. actualmente es el triple. Hallar las edades actuales.
- Un frutero compra piñas a razón de 3 por Bs. 1000 y las vende a razón de 5 por Bs. 4000. ¿Cuál es su porcentaje de ganancia por unidad?
- Se atribuye a Pitágoras la siguiente respuesta sobre el número de sus discípulos: una mitad de ellos estudia matemáticas, una cuarta parte física, una séptima parte guarda silencio, y además hay tres mujeres, ¿cuántos discípulos tenía?
- Si el día siguiente de pasado mañana está tan lejos del domingo como el día de ayer está lejos del de mañana, ¿qué día es hoy ?
- De 5 números enteros, ¿cuántos deben ser impares si el producto de los cinco es impar?
- La edad de Julia incrementada en seis años da un cuadrado perfecto. su edad disminuida en seis años da la raíz cuadrada del cuadrado perfecto. ¿cuántos años tiene Julia ?
- Toma tres veces los años que tendré dentro de tres años y réstale tres veces los años que tenía hace tres años y resultarán los años que tengo ahora. ¿cuántos años tengo actualmente ?

En esta actividad podemos decir que la reacción de los estudiantes frente a este tipo de ejercicios fue muy buena, ya que tomaron gran interés durante su desarrollo, pidiendo así que se enfatice un poco más esta actividad.

Juegos Matemáticos:

Esta actividad, fue cedida muy gentilmente por parte del Profesor de la facultad de Ciencias Dr. Jesús Pérez Sánchez.

- Tablas Mágicas I, II y III

Explicaremos las Tablas I, la explicación de las Tablas II y III, la reservamos, solo destacaremos que en ellas esta presente el tema de Matemáticas conocido como Potenciación, junto con las operaciones básicas conocidas (suma, resta, multiplicación y división).

Tablas I: Una mente brillante

Expositor:

En este caso, **E** presenta al público tres tablas llenas de números. Luego, se vuelve de espaldas, en tanto que alguien de la concurrencia tapa, con una hojita de papel adhesivo, uno de los números. Realizada la operación, **E** se voltea, da un vistazo a las tablas y dice cuál número ha sido cubierto; en el público queda la impresión que **E** tiene una memoria prodigiosa. ¿Cómo se explica el truco?. En realidad, **E** no se ha grabado la ubicación de los números. Lo que sí conoce es la clave con que ha sido construida cada tabla. Para hallar dicha regla de construcción, lo que hay que hacer es observar las casillas en dirección **diagonal** y encontrar alguna regularidad. (**Nota:** cada tabla tiene su respectiva clave, sólo mostraremos una de estas.)

5.7 (Clave)

75	93	12	73	10	96	15	44
16	24	85	19	34	20	53	71
35	81	37	13	63	99	40	14
8	42	61	36	97	18	32	74
3	89	8	37	68	86	5	66
27	13	46	64	9	17	78	12
56	92	33	7	28	74	30	6
90	11	25	67	1	35	54	29

- La Hora Secreta

Expositor:

E ha colocado sobre la mesa doce cartas de un mismo palo, ordenadas simulando la esfera de un reloj.

A continuación, E pide a un espectador (P) que se acerque y piense en la hora que prefiera, dentro de esta “esfera de reloj” (es importante que piense en horas en punto). Una vez que el espectador ha elegido la hora (secreta), E recoge las doce cartas empezando por la una y colocando las otras, por orden, encima de as. Luego coloca este grupo de doce cartas encima del resto de la baraja. Después, E entrega todo el mazo de cartas a P y le explica lo que debe ser a continuación (después que E se aleje y voltee): debe pasar de una en una y de la parte inferior del mazo a la superior, tantas cartas como la hora que el pensó. Con ello se logra que el resto de los espectadores conozcan la hora pensada por P, sin necesidad de decir palabra alguna. Terminada esta operación, E regresa y toma el mazo de barajas. Va lanzando las cartas boca abajo sobre la mesa, de una en una, mezclándolas sin orden ni concierto. Así, las barajas quedaron extendidas sobre la mesa. Después de algún tiempo, E localiza una carta que representa la hora pensada por P. El éxito de este truco está fundamentado en el hecho siguiente: en una lista de números naturales consecutivos, si uno desea saber cuántos números hay entre dos cualesquiera de ellos (sin necesidad de contarlos) incluyendo a estos últimos, basta con restar el mayor menos el menor y al resultado sumarle uno. En nuestro caso, el número de cartas que hay,

desde la primera en el mazo que le entregó P a E, hasta la que indica la hora pensada por P resulta ser igual a 13 (siempre). De manera que la carta que ocupa la décimo tercera posición es la que E no pierde de vista durante su exposición.

- Tamgran Chino

El Tamgram es un rompecabezas de origen chino, que esta formado por 7 piezas, 5 triángulos, 1 cuadrado y 1 paralelogramo, consiste en armar figuras sin que sobre ni falte una de estas piezas.

- Palitos de Fósforos

Juego de razonamiento.

- Desafios

Apéndice

En este pequeño apéndice daremos algunas definiciones de Teoría de Medida y Probabilidades que dan fundamento teórico a los conceptos estadísticos utilizados en este trabajo. [6],[8],[10].

1.- Espacio de Probabilidad.

El **Espacio de Probabilidad** o **Espacio Muestral**, es el conjunto de todos los resultados posibles del experimento.

Este conjunto se denota usualmente con la letra Ω y sus elementos se denotan con ω . Los subconjuntos de Ω se conocen por el nombre de sucesos o eventos. Decimos que un suceso **A ocurre** si ω , el resultado del evento, pertenece a A, en caso contrario decimos **A no ocurre**. Los puntos ω del espacio muestral se conocen como resultados, sucesos elementales o eventos elementales.

2.-Definición Frecuentista.

Llamamos $N_n(A)$ al número de veces que ha ocurrido el suceso A en las primeras n repeticiones. Entonces, **la frecuencia relativa** del suceso A en los primeros n lanzamientos se define por:

$$\frac{N_n(A)}{n}$$

La probabilidad del suceso A debería ser el límite de esta fracción, cuando n tiende a infinito, si este límite existe entonces decimos:

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_n(A)}{n}$$

En la práctica resulta irrealizable hacer una sucesión infinita de experimentos para obtener el valor de la probabilidad de un suceso, empíricamente, sin

embargo se observa que la frecuencia relativa muestra una regularidad sustancial, y su valor es prácticamente el mismo para diferentes series de ensayos o realizaciones del mismo experimento.

Observe que si $A = \Omega$, se tiene que $P(\Omega) = 1$.

3.- Variable Aleatoria.

Una variable aleatoria es “discreta” si el conjunto de posibles valores de la variable es finito o numerable. Todas las variables que hemos considerado en este trabajo son discretas.

Para el caso de probabilidades finitas, $\Omega = \{1, 2, \dots, n\}$, $\sum = P(\Omega)$ y

$$P(A) = \frac{N_n(A)}{n}$$

Observe que si $A = \Omega$, entonces $P(\Omega) = 1$, si dos eventos A y B son excluyentes entonces $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ y que si $(A_n)_{n=1}^{\infty}$ son sucesos disjuntos dos a dos, entonces:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

y que $P(A) \geq 0$, para todo evento A.

Es decir, la probabilidad es una medida con $P(\Omega) = 1$; lo cual conduce a la siguiente definición:

Un *Espacio de Probabilidad* es un espacio de medida (Ω, Σ, P) con $P(\Omega) = 1$, los conjuntos medibles se llaman eventos. Esta axiomatización de la Teoría de Probabilidad fue obtenida por Kolmogorov en 1933, traducción al inglés en [8].

Al estudiar la probabilidad de una variable aleatoria, nos interesa saber la probabilidad de que la variable está dentro de un determinado rango de valores $a \leq X(\omega) \leq b$ para ello requerimos que al conjunto $\{\omega : a \leq X(\omega) \leq b\}$ le

podamos asignar una probabilidad. Es decir, $X^{-1}[a, b]$ debe ser un conjunto medible (evento). Esto nos lleva a la siguiente definición: Una variable aleatoria en un espacio de probabilidad es una función medible.

4.- Esperanza Matemática o Valor medio de una Variable Aleatoria

Sea X una variable aleatoria que toma valores los valores x_1, x_2, \dots, x_n con probabilidades p_1, p_2, \dots, p_n . Definimos la esperanza matemática o media de X por:

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$$

Observe que en este caso se tiene que:

$$E(X) = \int_{\Omega} f dP$$

lo cual conduce en el caso axiomático a la siguiente definición: dada una variable aleatoria X en un espacio de probabilidad (Ω, Σ, P) entonces la esperanza de X se define

$$\text{como: } E(X) = \int_{\Omega} X dP$$

5.-Mediana.

Sea X una variable aleatoria, definimos la mediana \tilde{X} de X por

$$P = \{\omega : X(\omega) \leq m\} = P(X \leq m) \geq \frac{1}{2}$$

la idea es que la mediana sea el punto central de la distribución.

6.- Varianza.

Sea X una variable aleatoria x_1, x_2, \dots, x_n con probabilidades p_1, p_2, \dots, p_n

entonces:

$$\text{var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \sigma^2(X) = \int_{\Omega} X^2 dP - \left(\int_{\Omega} X dP \right)^2$$

En el caso finito se tiene que :

$$\text{var}(X) = E(X - E(X))^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 p_i$$

$$\text{var} = (x_1 - E(X))^2 p_1 + (x_2 - E(X))^2 p_2 + \dots + (x_n - E(X))^2 p_n$$

La raíz cuadrada de la varianza se conoce como la Desviación Típica o Desviación Estándar de la variable aleatoria X . Y se denota por $\sigma(X)$, es decir:

$$\sigma(X) = \sqrt{\sigma^2(X)} = \sqrt{E(X^2) - (E(X))^2}$$

Cuando el espacio de probabilidades es finito (Ω), la medida de probabilidad es la que a cada punto le asigna la medida de probabilidad $\frac{1}{n}$; en este caso obtenemos los conceptos análogos en el Capítulo III.

Bibliografía

[1].- D. Bárcenas, J. Vivenes, Geometría Métrica Plana, Universidad de Los Andes, Departamento de Matemáticas, Mérida/Venezuela 2000

[2].- E. Casas, Divertidas Matemáticas, Cooperativa Editorial Magisterio, Bogotá 1996

[3].- E. Casas, Festival Matemático, Cooperativa Editorial Magisterio, Bogotá 2000

[4].- E. Casas, Juegos Matemáticos (La Magia del Ingenio), Cooperativa Editorial Magisterio, Bogotá 2002

[5].- Fundación Polar, Matemática para todos, Fotolito e impresión Grabados Nacionales C.A , Ultimas Noticias. Venezuela 2002

[6].- .Halmos, Measure Theory, Springer -Verlag, New York. Heidelberg .Berlin 1974

[7].- Jugando con la Matemática (2 tomos) Editora Cultura Internacional Buenos Aires 1994

[8].- A.N, Kolmogorov, Foundations of the Theory of Probability, second Edition, Chelsea Publishing Company 1956

[9].- S. Lipchutz y M. Lipson, Probabilidad, Segunda Edición, Mac Graw Hill, Bogotá 2000

[10].- P. Meyer, Introductory Probability and Statistical Applications, Segunda Edición, Addisson Wesley Pub., Reading, Mass 1970

[11].- R. Müller, Matemáticas, Tikal Ediciones, México 1999

[12].- J. Ortega, Elementos de Probabilidad, Sociedad Fondo Editorial CENAMEC, Caracas/Venezuela 1998

[13].- N. Winzer, Introducción a las Probabilidades, Universidad de los Andes, Facultad de Ciencias, Mérida/Venezuela. (Sin fecha de publicación)