

ESTUDIOS NUMERICOS Y DINAMICOS DE ECUACIONES DIFERENCIALES NO-LINEALES CON SOLUCIONES TIPO SOLITON.

DRA. LILLIAM ALVAREZ DÍAZ

Directora de Ciencias del Ministerio de Ciencia, Tecnología
y Medio Ambiente de Cuba

lilliam@citma.cu

RESUMEN EXTENDIDO.

En el trabajo se presenta la utilización de las funciones wavelets, en particular los llamados wavelets de interpolación, para obtener la evolución de las soluciones de ecuaciones diferenciales parciales clásicas no-lineales.

Se plantea el método de líneas para reducir la EDP a un sistema de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de valor inicial y a partir de ellas, usar herramientas eficientes para su solución.

Se estudia el comportamiento dinámico de las ondas viajeras de tipo solitones y su estabilidad, a través de sus soluciones numéricas, en particular para ecuaciones del tipo Korteweg-de Vries:

$$u_t + \mu u u_x + \varepsilon u_{xxx} = 0$$

y la no-lineal de Schrödinger:

$$iu_t + u_{xx} + \nu u|u|^2 = 0$$

Ambas ecuaciones tiene soluciones tipo "soliton". ¿ Qué son los solitones ? : Son soluciones de ecuaciones de onda no lineales que tienen dos propiedades permanentes:

- Viajan largas distancias in cambiar su forma

- Ellos interactúan de manera robusta con otras soluciones posibles como si representarían una entidad propia o "partícula localizada"

Los pasos principales que se plantean son:

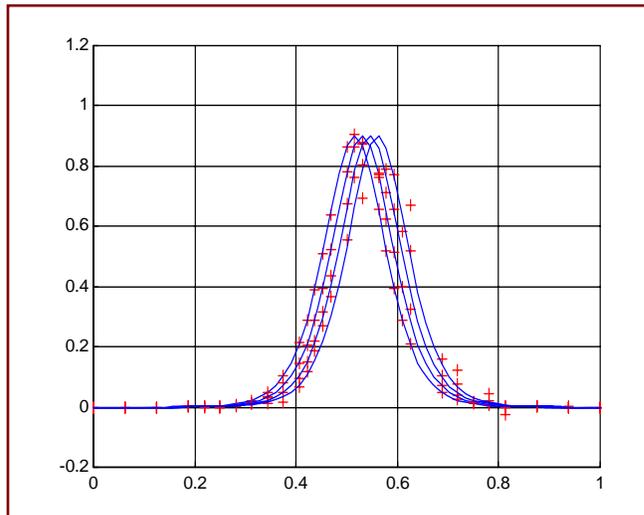
- ◆ Se parte de la condición inicial de la EDP para construir una representación sparse wavelet y con ello una malla inicial no-uniforme.
- ◆ Se usa un esquema de diferencias finitas centradas solo para la variable espacial.
- ◆ Se resuelve el ODE resultante
- ◆ En cada paso temporal se reconstruye la representación wavelet sparse, y con ello la nueva malla adaptativa.

EJEMPLOS:

1. Ecuación de Korteweg-de Vries

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}$$

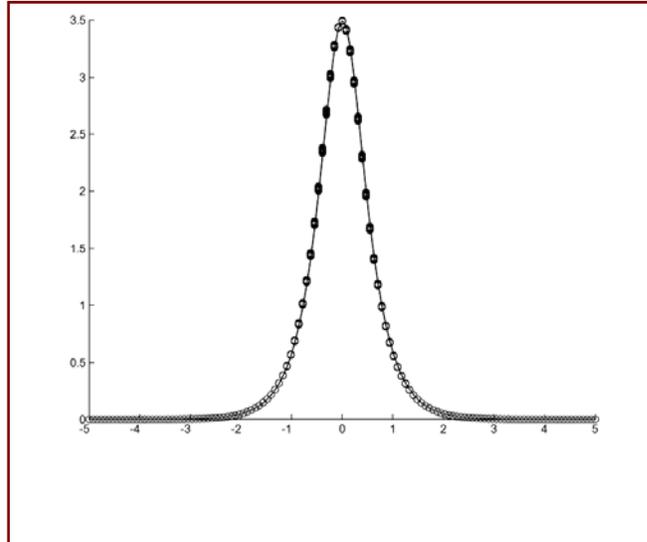
cuya solución numérica tipo soliton en varios pasos temporales se comporta como muestra el gráfico:



2. Ecuación no-lineal de Schrödinger:

$$iu_t + u_{xx} + \nu u|u|^2 = 0$$

cuya solución en un paso temporal para $\nu = 1$, se comporta como sigue:



y para $\nu = 2$, y en su evolución temporal la solución numérica es de la siguiente forma de soliton viajero:

