



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE CIENCIAS
MÉRIDA - VENEZUELA

INFORME FINAL DE PASANTÍA

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL A ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN MENCIÓN CIENCIAS FÍSICO-NATURALES

BR. CARLOS MORENO
TUTOR INTERNO: DRA. OLGA PORRAS
TUTOR EXTERNO: PROF. NOLBERTO DUGARTE
SEPTIEMBRE 2007

Índice general

Introducción	4
Preliminares	7
1.1. Contenido del Programa	8
1.2. Objetivos Generales	10
1.3. Objetivos Específicos	11
Estrategias Metodológicas	13
2.1. Uso de la Historia de la Matemática	13
2.2. Resolución de problemas	14
2.3. Evaluación continua y orientación personalizada	14
2.4. Actividades lúdicas	14
2.5. Exposiciones de los estudiantes	15
Cronología	17
Evaluación	22
4.1. Pruebas parciales por tema	22
4.2. Quices	22
4.3. Exposiciones	23

4.4. Asistencia y Participación en Clase	23
4.5. Actividades Extraordinarias	23
Resultados	24
5.1. Análisis cualitativo de los resultados	26
5.1.1. Estudio de caso I	27
5.1.2. Estudio de caso II	29
5.1.3. Estudio de caso III	30
Reflexiones Finales	33
Apéndice	36
Bibliografía	45

Introducción

A través de los años hemos venido observando una serie de cambios en los métodos de enseñanza y más en particular, en la enseñanza de la Matemática, una materia que para muchos nos resulta de gran importancia, pero para otros, no es útil o interesante en absoluto.

Si es cierto, como muchos sostienen, que la Matemática es la base fundamental de todas las Ciencias, también es cierto que no todos los seres humanos tienen interés por aprender acerca de ésta. Sólo aquellos con intereses particulares en conocer esta Ciencia y aquellos que gozan de habilidades especiales logran obtener resultados realmente satisfactorios, muchos otros sólo logran escasamente aprobar un curso, o terminan optando por la deserción.

Tomando en cuenta que la Matemática se ha venido concibiendo como una materia que debe ser para todos y abordada por todos, hago esta propuesta para el diseño e implementación de estrategias metodológicas que incluyen la incorporación de la Historia de la Matemática, la heurística y elementos lúdicos en la enseñanza del cálculo diferencial e integral, que en este caso estará dirigido a estudiantes de la Escuela de Educación Mención Ciencias Físico-naturales de la Universidad de Los Andes.

Al abordar la tarea de diseño y planificación de las actividades a realizar como pasante en el dictado de este curso, he optado por buscar alternativas que pongan en práctica elementos que forman parte de las nuevas tendencias en enseñanza de la Matemática. En particular,

según Miguel de Guzmán [2], la historia de la Matemática, puede ayudar a dar una idea de cuándo apareció el concepto que se está estudiando, por qué causa, qué tipos de problemas permitía y permite resolver, entre otros. Precisamente en la actualidad hay una cierta reacción por reencontrar el sentido de lo que se enseña, y parte de la ayuda para esto la encontramos en ciertos pasajes de la historia de la Matemática.

Por otra parte, la enseñanza a través de la resolución de problemas es un método clave para poner en práctica el aprendizaje activo y propiciar la inmersión del estudiante en los procesos propios de la actividad matemática.

El juego, tal y como lo conocemos como una actividad de relajamiento, de esparcimiento mental, nos ayuda a participar abiertamente en él, sin temores, sin prejuicios. Siempre que conozcamos las reglas formamos parte de él y sentimos el espíritu de competencia, el deseo de obtener la victoria.

La matemática puede ser un gran juego, en el cual siguiendo ciertas reglas se puede aprender de manera directa e indirecta algún tópico en particular y convertirse esto entonces en la mayor de las victorias.

Mi propuesta está basada en ciertas ideas de Miguel de Guzmán Ozámiz sobre la problemática de la enseñanza de la Matemática, hacia las cuales me inclino por inquietudes y necesidades propias con respecto a este fenómeno que acontece en mi área de estudio.

Este curso no resulta fácil para la mayoría de los estudiantes, pero con esfuerzo, paciencia y dedicación se pueden lograr buenos resultados, como pude apreciar al finalizar mi desempeño como profesor-pasante en la Escuela de Educación.

En cuanto a la presentación del presente informe, éste consta de seis (6) secciones más un apéndice. Una primera sección titulada Preliminares, que muestra el contenido programático del curso, los objetivos generales y específicos tanto de la asignatura como de la propuesta en sí. Estos objetivos fueron elaborados tomando en cuenta objetivos que van más allá de la adquisición de conocimiento técnico por parte de los estudiantes.

En la segunda sección titulada Estrategias Metodológicas, se describen las estrategias usadas durante el curso para lograr los objetivos propuestos. Estas son: el uso de la Historia de la Matemática, la resolución de problemas, la evaluación continua, actividades lúdicas, exposiciones orales por parte de los estudiantes, entre otras.

Una tercera sección titulada Cronología, que contiene la planificación y el cronograma de las actividades realizadas durante el transcurso del semestre, especificando los números de semanas utilizadas y las fechas en que todas las actividades fueron aplicadas. La cuarta, titulada Evaluación, muestra los instrumentos usados para la evaluación de los estudiantes durante el semestre. La quinta llamada Resultados, como su nombre lo indica, muestra los resultados obtenidos por la Evaluación propuesta, así como también, un análisis cualitativo y cuantitativo de los resultados obtenidos. Y como última sección, está la titulada Reflexiones Finales, donde se expresan las experiencias vividas durante la realización de esta pasantía y algunas impresiones personales sobre mi desenvolvimiento durante la realización de este proyecto.

Por último, incluyo un Apéndice que contiene modelos de exámenes, talleres y otras actividades que fueron realizadas en clase, lo cual sirve para mostrar el nivel de dificultad de los ejercicios y además de ayuda a las personas que por alguna razón, necesiten de un material como éste para un futuro desempeño como profesor- pasante en el área de Introducción al Cálculo Diferencial e Integral, en alguna de las Facultades de nuestra Universidad.

1. Preliminares

La unidad curricular Cálculo Diferencial e Integral se ubica en el II semestre de la Licenciatura en Educación Mención Ciencias Físico-Naturales, y está comprendida por seis (6) temas introductorios al cálculo diferencial e integral sobre límites y continuidad, derivabilidad e integración de funciones reales de una variable real. El proyecto busca introducir el uso de la heurística, la Historia de la Matemática y elementos lúdicos en el desarrollo de cada tema, con el objeto de motivar al estudiante al aprendizaje del cálculo, dándole un enfoque más atractivo.

Este curso es el primer encuentro de los estudiantes con el Cálculo Diferencial e Integral, siendo éste un instrumento natural y poderoso para abordar múltiples problemas que se presentan en Física, Química, Biología, Ingeniería y otros campos del conocimiento. De aquí que es primordial e indispensable un estudio sistemático y coherente de los contenidos de este curso; esto le permitirá al estudiante avanzar en su formación académica.

Además, se busca con este proyecto:

- Poner en contacto a los estudiantes con las ventajas que ofrece el uso de la historia en la Enseñanza de la Matemática, ya que ésta nos ubica mejor en el contexto de muchos problemas y nos proporciona herramientas útiles para su solución. Se espera que esta experiencia motive a los estudiantes, e incorporen esta herramienta en su futuro

desempeño como docentes.

- Sensibilizar al estudiante para el disfrute del aspecto lúdico de los problemas matemáticos, mostrando por medio de juegos y actividades recreativas que el cálculo es interesante y divertido y no sólo una materia llena de teoremas y tecnicismos que se deben memorizar.
- Proveer de un ambiente favorable para ejercitar la resolución de problemas.
- Desarrollar las habilidades del pensamiento individual y colectivo a través de problemas propuestos en el área de cálculo.
- Favorecer la apropiación, por parte de los estudiantes, de una herramienta fuerte y provechosa, como lo es el cálculo diferencial e integral en su futuro uso en el área de estudio e investigación de las ciencias físico-naturales.
- Motivar el estudio del cálculo no sólo por la vía tradicional de la clase magistral, sino también por medio de actividades extraordinarias como la realización de evaluaciones continuas sin que esté presente el carácter punitivo de un examen o evaluación rigurosa.

1.1. Contenido del Programa

TEMA 1. _ LÍMITES DE FUNCIONES DE UNA VARIABLE REAL.

- Límite puntual de una función, propiedades elementales de límites de funciones.
- Límites laterales.
- Operaciones algebraicas con límites infinitos, resolución de indeterminaciones del tipo $0/0$ e ∞/∞ entre otras.
- Asíntotas horizontales, verticales y oblicuas

TEMA 2. _ CONTINUIDAD DE FUNCIONES DE UNA VARIABLE REAL.

- Continuidad de una función en un punto, propiedades elementales de la continuidad de una función.
- Operaciones algebraicas con funciones continuas.
- Composición de funciones continuas.
- Funciones continuas en intervalos.
- Teorema de Bolzano y de los valores intermedios para funciones continuas, aplicaciones.
- Otros teoremas fundamentales sobre funciones continuas y aplicaciones.
- Discontinuidades de una función y su clasificación

TEMA 3. _ DERIVADAS DE FUNCIONES DE UNA VARIABLE REAL.

- Motivación del concepto de derivada de una función en un punto.
- Definición de derivada, propiedades, derivación y continuidad.
- Derivadas de las funciones elementales por definición.
- Álgebra de derivadas, la regla de la cadena, derivada de la función inversa.
- Derivada de las funciones en forma implícita, paramétrica, vectorial.
- Derivadas de orden superior.
- Teoremas fundamentales sobre derivación: Rolle, valor medio, Darboux, Cauchy y otros.

TEMA 4. _ APLICACIÓN DE LA DERIVADA.

- Recta tangente y normal.
- La diferencial, aplicaciones.
- Máximos, mínimos y puntos de inflexión, aplicaciones.

- Monotonía, concavidad y convexidad de una función.
- Fórmula de Taylor.
- Construcción de gráficos de funciones
- La regla de L'Hopital y aplicaciones.

TEMA 5. _ LA INTEGRAL INDEFINIDA.

- Definición de integral indefinida, propiedades básicas.
- Tabla de Integrales para las funciones elementales.
- Métodos de integración: por sustitución, por partes, por fracciones simples, por sustitución trigonométrica, de funciones irracionales y otros.

TEMA 6. _ LA INTEGRAL DEFINIDA.

- Motivación al concepto de integral definida; definición.
- Propiedades de la integral definida.
- Teoremas fundamentales del cálculo, aplicaciones.
- Aplicaciones de la integral definida: área bajo una curva, longitud de arco, área en coordenadas polares, volumen de sólidos en revolución, momentos y centros de gravedad, aplicaciones a la mecánica y la física.

1.2. Objetivos Generales

- Adquirir y aplicar los conceptos y técnicas fundamentales del Cálculo Diferencial e Integral en la solución de problemas analíticos y geométricos, que incluyan aplicaciones.
- Apreciar la Matemática como legado histórico, cuyo conocimiento puede contribuir a proporcionar al alumno la conciencia de que la Matemática es uno de los factores de

la evolución cultural, y no una serie de hechos aislados que ocurrieron en un momento determinado del tiempo.

- Incorporación de un novedoso modelo de enseñanza de la Matemática, que busca mostrar su lado humano, en el sentido que incorpora la Historia de la Matemática, el contacto con los estudiantes, y la flexibilización en los procesos de la evaluación.

1.3. Objetivos Específicos

- Afianzar el manejo de la teoría básica de funciones para ubicarse en la base del estudio del cálculo. Superar las fallas y subsanar olvidos de cursos anteriores.
- Comprender la definición $\epsilon - \delta$ de límite y su interpretación geométrica. Desarrollar herramientas sólidas en la resolución de ejercicios usando límites y las propiedades algebraicas de los mismos, como en indeterminaciones del tipo $0/0, \infty/\infty, 1^\infty, 0 * \infty$, etc... Además del manejo intuitivo del límite lateral derecho e izquierdo y conocer ciertos resultados de la teoría de límites, en su mayoría sin demostración, para su uso en ejercicios sencillos y claros.
- Manejar las condiciones necesarias y suficientes para la continuidad de una función real, identificar las funciones continuas más elementales y argumentar gráfica y analíticamente sobre la continuidad de una función dada.
- Utilizar la definición de derivada para calcular la derivada de funciones elementales, y posteriormente usar la tabla de derivadas para el cálculo directo de las mismas.
- Inferir las reglas de derivación de la suma y el producto de funciones, y resolver de manera particular la regla de la diferencia y el cociente. Calcular la derivada de funciones compuestas (Regla de la cadena).

- Usar la idea geométrica y analítica de la derivada, la relación de la derivada con el mundo real y su relación con las ciencias físico-naturales, específicamente en la idea de rapidez de cambio o velocidad.
- Manejo de todos los recursos (criterios) de derivación para la elaboración de gráficas de funciones sofisticadas (intervalos de monotonía y concavidad, asíntotas, extremos relativos).
- Reconocer la integral definida como herramienta para calcular áreas de subconjuntos del plano.
- Ser capaz de mostrar, a través del concepto de antiderivada, la íntima relación entre el cálculo diferencial y el cálculo integral.
- Calcular antiderivadas de funciones elementales y posteriormente, utilizar una tabla de integrales elementales, para el cálculo de antiderivadas de funciones más elaboradas.
- Dominar las técnicas más comunes en la teoría de cálculo de integrales (sustitución, por partes o doble sustitución, fracciones simples, trigonométricas).
- Manejar las técnicas de integración para calcular, por medio de las integrales definidas, áreas de regiones planas, superficies de sólidos de revolución, volúmenes de sólidos, longitudes de arco, trabajo y centros de masa, momentos, entre otros.

2. Estrategias Metodológicas

2.1. Uso de la Historia de la Matemática

Una manera de hacer llegar el contenido del curso a quienes se inician en el estudio del Cálculo, es mediante la incorporación progresiva del uso de la Historia de la Matemática, no como un fenómeno cronológico de acontecimientos sino como el proceso en sí de aproximarse al razonamiento lógico-deductivo usado por algunos grandes matemáticos al estudiar ciertos fenómenos en un momento determinado del tiempo. Por ejemplo, en el tema de derivadas, para introducir el tema, se hizo uso de la idea de velocidad promedio que los estudiantes conocían intuitiva y analíticamente, y luego se llegó, a través de aproximaciones, a calcular la velocidad de una partícula en un momento determinado del tiempo, así como Newton y Leibniz en el siglo XVII, hallaron sus primeros resultados del Cálculo Diferencial por medio de la resolución de problemas proporcionados por la Física y más tarde desarrollando formalmente las ideas de límite que hoy en día conocemos y usamos. Más tarde usaríamos la idea geométrica de la derivada, asociada a la pendiente de la recta tangente a la curva en un punto dado.

Otra muestra del uso de la Historia de la Matemática, la constituye el modo de aproximarse al cálculo del área de una región plana de forma irregular (en principio para medir extensiones de tierra para su siembra) mediante el método de exhaustión, explicando, por

ejemplo, cómo Riemann incorporaba figuras regulares cuya área era fácil de hallar, dentro de formas irregulares para obtener el área de la nueva región como suma de pequeñas áreas conocidas.

También la introducción de cada tema con ejemplos claros y sencillos, en caso de ser posible, constituye una herramienta fundamental en la enseñanza de la Matemática.

2.2. Resolución de problemas

Otra buena manera de alcanzar los objetivos planteados, es por medio de la resolución de problemas, en este caso, de cálculo, buscando desarrollar el pensamiento lógico del individuo e incluso en muchos de los casos, hasta el espíritu de competencia. Es aquí donde se observa la necesidad del estudiante por destacarse, por sentir que puede hacerlo bien y que la tarea de aprender cálculo a veces no es tan difícil y en el mejor de los casos resulta ser algo agradable.

2.3. Evaluación continua y orientación personalizada

Las evaluaciones continuas son imprescindibles en el curso, por lo tanto se realizan evaluaciones por cada tema y además quices o evaluaciones cortas sorpresa para medir los avances de cada estudiante y detectar las deficiencias individuales y grupales. Antes de cada evaluación los estudiantes disfrutan de horas de consulta con el profesor aclarando dudas y cualquier tipo de inconveniente presente a la hora de resolver o abordar los ejercicios planteados.

2.4. Actividades lúdicas

Aprovechando el dinamismo, el espíritu de competencia y el niño que tenemos en nuestro interior, se incorpora al curso una actividad atípica en el arte de enseñar Matemáticas: la incorporación de juegos con contenido de cálculo que, sin quitarle la rigurosidad a cada tema,

es una actividad divertida y recreativa que aleja a los estudiantes de la presión de sentirse evaluados y los envuelve en un clima de confianza y desenfado.

Algunos de los juegos realizados durante el semestre fueron:

El tradicional juego de la vieja, donde se ubicaron en un arreglo 3x3, números aleatorios que iban del uno (1) al veinticuatro (24) indicando el número del ejercicio a realizar de una lista que anexo en el apéndice bajo el título "taller de derivadas ". Se formaron grupos de trabajo, dos equipos de tres (3) personas cada uno por juego, y para ganar el juego el equipo debía resolver correctamente una línea, con la posibilidad de que el equipo contrario les quitara la oportunidad de ganar.

Otra actividad tipo *Debate*, donde se formaron grupos y todos con la misma lista de ejercicios, retaban al contrincante a resolver un ejercicio en particular. El equipo debía discutirlo y pasar en frente a resolverlo; si la respuesta era correcta ganaban un punto para su equipo, de lo contrario, el equipo desafiante tenía la oportunidad de responder su propia pregunta.

Otro juego llamado *Cada Oveja con su Pareja* ,era de tipo individual y consistía en emparejar la gráfica de una función dada con su derivada; esto se hacía con la intención de que el estudiante se fuese familiarizando con la derivada de una función elemental e identificara la gráfica de la misma.

2.5. Exposiciones de los estudiantes

Por último, se realizó un ciclo de exposiciones; el tema a exponer fue "La Integral Definida y Sus Aplicaciones". Se formaron nueve (9) grupos de trabajo, cada uno integrado por cuatro (4) estudiantes; algunos de los tópicos con mayor dificultad que otros pero bajo las mismas reglas. Se planteó la elaboración de un pequeño trabajo que incluyera, además de los contenidos

importantes del tema, una selección de ejercicios de los cuales debían resolver el 50% . Esto les ayudará a sacar a la luz sus habilidades de expresión, seguridad en sí mismos y manejo de los recursos pedagógicos, teniendo presente que son jóvenes que se están formando en el arte de enseñar.

Durante el curso se hace entonces, una serie de actividades extraordinarias, 13 en total. Estas actividades comprenden: talleres de resolución de problemas, consultas para aclarar dudas, juegos, exposiciones, actividades tipo debate, entre otras. Cada actividad especial se realizó durante dos horas dedicadas a abordar situaciones propias del quehacer matemático, pero sin la formalidad de una clase magistral, sino con la flexibilidad de compartir abiertamente con el profesor, un tiempo para relajarse, para compartir y desestresarse; gracias a esto se evidencian los avances de los jóvenes estudiantes y los excelentes resultados que se obtienen.

3. Cronología

Las actividades en principio estaban pautadas desde el 20 de Marzo hasta el 14 de julio de 2007, lo que comprendía el semestre A-07, pero a raíz de los inconvenientes ocurridos durante el transcurso del semestre, este se reprogramó para desarrollar actividades desde el 9 de Abril hasta el 20 de julio de 2007.

SEMANA I (20 al 23 de Marzo)

- Introducción al curso
- Repaso: Estudio de la teoría de funciones

SEMANA II (26 al 30 de Marzo)

- Sin actividades debido a problemas internos dentro de la Facultad

SEMANA III (2 al 6 de Abril)

- Semana de Asueto para la Universidad ULA (Semana Santa 2007)

SEMANA IV (9 al 13 de Abril)

- Repaso de funciones

- Aplicación del Quiz I (funciones)
- Introducción a la Teoría de Límites. Tema 1

SEMANA V (16 al 20 de Abril)

- Continuación del Tema 1
- Diseño, elaboración y entrega de guía de ejercicios Tema 1
- Entrega de guía de ejercicios

SEMANA VI (23 al 27 de Abril)

- Culminación del Tema 1
- Consulta sobre las dudas presentes de la guía de ejercicios

SEMANA VII (30 de Abril al 4 de Mayo)

- Introducción al Tema 2
- Continuación del Tema 2

SEMANA VIII (7 al 11 de Mayo)

- Aplicación de la primera prueba parcial (Límites)
- Diseño, elaboración y entrega de guía de ejercicios Tema 2
- Continuación del Tema 2

SEMANA IX (14 al 18 de Mayo)

- Resolución de ejercicios de continuidad
- Culminación del Tema 2
- Aplicación del Quiz II (Continuidad)

SEMANA X (21 al 25 de Mayo)

- Introducción a la teoría de la derivación. Tema 3
- Resolución de ejercicios (juego de preguntas y respuestas tipo debate)

SEMANA XI (28 de Mayo al 1 de Junio)

- Aplicación de la segunda prueba parcial (Continuidad)
- Continuación del Tema 3
- Resolución de problemas (Ejercicios grupales de uso de la definición de derivada)

SEMANA XII (4 al 8 de Junio)

- Continuación Tema 3
- Aplicación del Quiz III (Derivación)
- Resolución de problemas (tradicional Juego de "la vieja" resolviendo ejercicios de derivadas usando un enfoque analítico)

SEMANA XIII (11 al 15 de Junio)

- Culminación Tema 3

- Aplicación del juego Cada oveja con su pareja, que aborda el tema de las derivadas pero desde el punto de vista gráfico.
- Introducción a las aplicaciones de las derivadas. Tema 4

SEMANA XIV (18 al 22 de Junio)

- Aplicación de la tercera prueba parcial (Derivación)
- Continuación del Tema 4
- Culminación del Tema 4
- Taller de gráficas de funciones más elaboradas

SEMANA XV (25 al 29 de Junio)

- Resolución de ejercicios (Consulta de dudas).
- Aplicación de la cuarta prueba parcial (Gráficas de Funciones).
- Introducción a la Teoría de Integración. Tema 5.
- Inicio del ciclo de exposiciones. Grupos I, II, III. Tema 6

SEMANA XVI (2 al 6 de Julio)

- Continuación del Tema 5
- Resolución de ejercicios
- Continuación de las exposiciones. Grupos IV, V y VI.

SEMANA XVII (9 al 13 de Julio)

- Culminación del Tema 5
- Aplicación Quiz IV (Técnicas de Integración)
- Culminación ciclo de exposiciones. Grupos VII, VIII y IX.

SEMANA XVIII (16 al 29 de Julio)

- Aplicación de la quinta prueba parcial (técnicas de integración y la Integral definida)
Temas 5 y 6.
- Aplicación de una prueba extraordinaria para la recuperación de un examen diferido.
- Culminación del Curso.
- Entrega de Notas.

4. Evaluación

La evaluación se realizó tomando en cuenta los siguientes instrumentos:

4.1. Pruebas parciales por tema

Se realizan pruebas parciales por tema, con el objeto de mantener una evaluación homogénea bajo el mismo nivel de dificultad. En algunas oportunidades se diseñaron dos tipos de examen ambos con el mismo nivel de dificultad y con el único objetivo de mantener la legitimidad de la prueba. Se aplicaron 5 pruebas parciales de las cuales las tres (3) primeras tenían un peso de 20% cada una, la cuarta un peso del 15% y la última un peso del 25% para un total del 100%; de este último tomamos el 70% para el total del curso.

4.2. Quices

Evaluaciones breves, muchas de ellas sorpresivas, consistentes de uno o dos ejercicios para medir la constancia y dedicación de los estudiantes durante el curso. Del mismo modo que los exámenes parciales, se elaboraron dos tipos de quices en cada caso para mantener el buen orden durante la evaluación. Se hicieron cuatro (4) quices en total lo cual aportó el 20% de la nota total del curso.

4.3. Exposiciones

La evaluación consistió en la exposición oral de un pequeño trabajo donde se hiciera referencia a un tema en particular del curso , además de ejemplos y un compendio de ejercicios propuestos, de los cuales debían resolver por lo menos el 50 % de ellos. La evaluación tuvo un peso del 10 % de la nota total del curso, donde el 5 % era por el trabajo escrito y el otro 5 % por la exposición del mismo.

4.4. Asistencia y Participación en Clase

Ésta tuvo un peso del 5 % de la nota total del curso con el propósito de incentivar al estudiante a asistir regularmente a clase y además ser partícipe de la misma bajo un ambiente dinámico con feedback. Como parte del reglamento, está el hecho de que todo estudiante que tenga un número de inasistencias mayor o igual al 25 % del total de clases pierde automáticamente el curso.

4.5. Actividades Extraordinarias

Durante el curso se hicieron en total trece (13) actividades extraordinarias que comprenden: resolución de problemas individuales y grupales, juegos y preparadurías. Todo relacionado con cada tópico que se estaba abordando durante la semana para mantener la coherencia y la lógica del curso. Esto aportó el 5 % de la nota total. Aquí la evaluación fue más flexible y el carácter subjetivo de la misma estaba presente en todo momento.

Así, se obtuvo el 100 % de la nota final del curso. Más adelante mostraremos los resultados obtenidos con esta evaluación.

5. Resultados

El curso de Cálculo Diferencial e Integral de la escuela de Educación de la Facultad de Humanidades y Educación durante el semestre A-2007, comienza con una matrícula de 45 estudiantes inscritos, de los cuales, por la medida de bajo rendimiento, fueron retirados tres (3) participantes, lo cual representa el 7% del total del curso. Por retiro voluntario, un total de nueve(9) estudiantes, lo cual representa el 20% del total del curso; un (1) estudiante ausente, que representa el 2% y permanecieron hasta el final del semestre 32 estudiantes, que representa el 71% de los estudiantes inscritos originalmente.

En base a ésta última población de 32 estudiantes, 10 fueron aplazados con notas que van desde 01 hasta 09 puntos en base a 20 puntos, lo cual representa el 31% y 22 estudiantes aprobados con notas finales que van desde 10 hasta 20 puntos, lo que corresponde al 69% del total del curso. Se obtuvo un promedio general de 11,03125 Puntos.

En los siguientes gráficos se observa: primero la distribución de los participantes al comenzar el semestre A-2007. Y en el segundo los porcentajes de estudiantes aprobados y reprobados al finalizar el semestre.

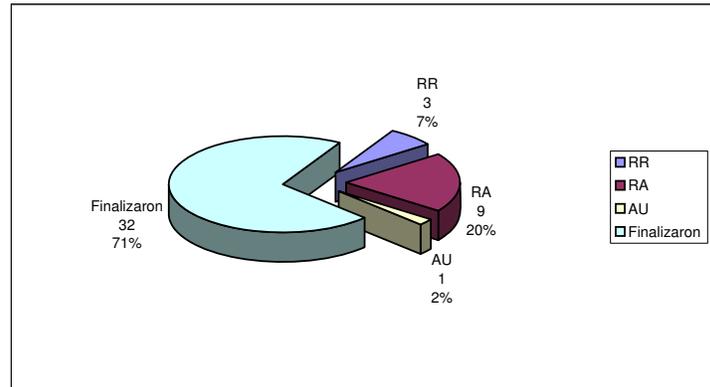


Gráfico 1. *Distribución de la población estudiantil durante el semestre A-07.*

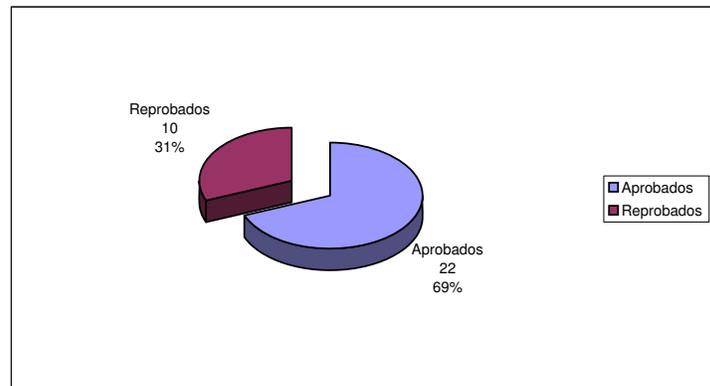


Gráfico 2. *Población de estudiantes aprobados y reprobados*

5.1. Análisis cualitativo de los resultados

Aún cuando el promedio general del curso no es muy alentador, los resultados obtenidos durante todo el semestre fueron excelentes.

Ubicaremos a nuestra población estudiantil en tres grupos, que designaremos con los literales A, B y C. Y describiremos en cada caso sus características y cualidades, desempeño, actitudes, disposición, motivación, intereses, rendimiento, entre otros.

Los estudiantes ubicados en el grupo A, serán aquellos, que aún cuando hicieron un gran esfuerzo durante todo el semestre, este no les resultó suficiente para aprobar los objetivos del curso.

Los estudiantes ubicados en el B, serán aquellos cuyo desempeño fue bueno y su rendimiento se ubica entre 10 y 15 puntos y lograron en gran medida los objetivos propuestos. Y los estudiantes del grupo C, aquellos cuyo rendimiento es superior a 15 puntos y lograron el total de los objetivos.

Dentro de los estudiantes del grupo A, encontramos un total de 10 participantes, lo que representa el 31 % de la población del curso. Presentándose en la mayoría de los casos estudiantes de bajo rendimiento, con pocas intervenciones en clase, inseguros, con un gran número de inasistencia a los talleres de resolución de problemas. Por lo general no resuelven ejercicios propuestos, lo cual los pone en desventaja con el resto de sus compañeros. También se presentan casos en los que estos estudiantes son repitientes del curso en más de una ocasión, lo que les genera un clima de confianza al punto de considerar que no necesitan estudiar con antelación el tema a evaluar puesto que ellos ya lo han revisado en semestres anteriores; esto arroja como resultado una nota por debajo de la aprobatoria lo cual los mantiene en su posición inicial de repitientes. Para mostrar un ejemplo más concreto hagamos una leve evaluación de un estudiante representativo de este grupo donde se muestra su rendimiento y

describimos algunas de las características más resaltantes del mismo.

5.1.1. Estudio de caso I

Estudiante del grupo A: En repetidas oportunidades ha reprobado el curso (pues así lo hizo saber); consideraba que conocía la materia lo suficiente como para no abordar con tiempo los tópicos a evaluar y sin embargo no consiguió la aprobación de ninguna prueba parcial. No revisaba el material de apoyo a la clase (guías de ejercicios), y por ende, su preparación antes de una evaluación corta o improvisada, no era lo suficientemente sólida como para lograr un resultado satisfactorio.

Se mostraba relajado ante las situaciones que no aparentaban ser evaluaciones formales, lo que le permitía un mejor desenvolvimiento y mayor participación. Sus intervenciones no eran muy acertadas en general, y en algunos casos les agregaba tonos de comicidad. Manejaba muy bien el recurso oral y escrito, al momento de exponer. Hacía buen uso del pizarrón y aún cuando no maneja el 100 % del tema a exponer, se mostraba con bastante seguridad al momento de abordarlo, lo que muestra que para la actividad pedagógica, este estudiante posee bastante potencial.

Muchos de estos repitientes muestran actitudes similares a las descritas sobre este estudiante.

Es importante resaltar además, que en la Escuela de Educación gozan del beneficio de incluir dentro de su Staff de profesores un grupo de Psicólogos que podrían diseñar una política institucional especial que aborde ayudas a los estudiantes para el tratamiento de estos casos.

El siguiente gráfico, muestra los resultados obtenidos por este estudiante, en todas las evaluaciones hechas durante el transcurso del semestre.

exam I	20%	exam II	20%	exam III	20%
5	1	2	0,4	6	1,2
exam IV	15%	exam V	25%	total	70%
0	0	8	2	4,6	3,22
talleres	asistencia	exposición		10%	
0,76	1	17		1,7	
quiz I	quiz II	quiz III	quiz IV	10%	definitiva
2	2,5	5	0	0,95	7,63

Gráfico 3. Control de notas de un estudiante representante del grupo A.

En el grupo B, encontramos un total de 15 estudiantes, lo cual representa el 47 % de la población del curso. Este grupo es mucho más variado, con respecto al anterior. La característica más generalizada entre los estudiantes de este grupo es su gran participación en clase, con comentarios acertados pero, en la mayoría de los casos, con dificultad para fundamentarlos, algunos de ellos un poco inseguros pero otros con gran confianza en si mismos. Estudiantes preocupados, motivados, responsables, con disposición para aprender, abordan con tiempo los ejercicios propuestos y traen dudas a clase para ser resueltas por el profesor. Participan en las actividades extraordinarias de manera abierta y espontánea, con buenas actitudes para el trabajo en equipo. La mayoría asegura ver el curso por primera vez, lo que nos dice que son estudiantes no viciados, es decir, que no mantienen la posición de que todo lo saben , sino, por el contrario, cada día descubren algo nuevo.

Para mostrar un ejemplo más concreto siguiendo el mismo esquema que en el caso anterior, hacemos una pequeña evaluación de un representante de este grupo, donde se muestra su

rendimiento y describimos algunas de las características más resaltantes del mismo.

5.1.2. Estudio de caso II

Estudiante del grupo B: Toma el curso por primera vez (así lo hizo saber), con asistencia total a clases y con pocas inasistencias a las actividades extraordinarias. Motivado, con gran ánimo para trabajar, en grupos asume el rol de líder. Aborda con frecuencia cualquier ejercicio propuesto, participa abiertamente en clase sin ser inducido u obligado a hacerlo. Participa con comentarios e intervenciones en clase bastante acertados. Con frecuencia muestra resultados correctos aún cuando no goza de mucha seguridad para fundamentar su razonamiento. No teme equivocarse, por eso muestra seguridad ante las evaluaciones aún cuando no maneje el 100 % del tema a evaluar. Su expresión es clara y segura durante su exposición oral y escrita.

Creo que un poco más de enfuerzo y dedicación, pudo haber ayudado a este estudiante a lograr más y mejor los objetivos propuestos del curso.

El siguiente gráfico, muestra los resultados obtenidos por este estudiante, en todas las evaluaciones hechas durante el semestre.

exam I	20%	exam II	20%	exam III	20%
12	2,4	17	3,4	8	1,6
exam IV	15%	exam V	25%	total	70%
17	2,55	8	2	11,95	8,365
talleres	asistencia	exposición		10%	
1	1	19		1,9	
quiz I	quiz II	quiz III	quiz IV	10%	definitiva
2	2	5	4	1,3	13,565

Gráfico 4. Control de notas de un estudiante representante del grupo B.

Y por último, 7 estudiantes conforman el grupo C; éstos representan el 22% del total de participantes para así completar el 100% de la población que permaneció hasta el final de la asignatura. Este grupo muestra características muy uniformes entre sus miembros, con calificaciones que van de buenas a sobresalientes. Estos estudiantes lograron el 100% de los objetivos del curso y permitieron realizar todas las actividades planteadas en este proyecto y lograr resultados excelentes. La confianza, seguridad, responsabilidad, dedicación, son características comunes de este grupo de estudiantes. Describamos brevemente a un estudiante representativo de este grupo y mostremos los resultados obtenidos de éste con la evaluación realizada durante todo el semestre.

5.1.3. Estudio de caso III

Estudiante del grupo C: Estudiante con asistencia total a clase y a las actividades extraordinarias, aborda y resuelve los ejercicios propuestos. Realiza todas las actividades planteadas y ayuda incluso a sus compañeros menos aventajados. Es buen líder cuando se trata de trabajar en grupo. Interviene frecuentemente en clase, y cada intervención es acertada y bien fundamentada. Tiene un desarrollo adecuado de su pensamiento lógico y es seguro de sí mismo. Su expresión oral y escrita es excelente al momento de exponer, y aborda el tema con bastante naturalidad y soltura.

En el siguiente cuadro mostramos los resultados obtenidos por este estudiante durante el semestre A-07.

exam I	20%	exam II	20%	exam III	20%
16	3,2	20	4	19	3,8
exam IV	15%	exam V	25%	total	70%
20	3	19	4,75	18,75	13,125
talleres	asistencia	exposición		10%	
1	1	20		2	
quiz I	quiz II	quiz III	quiz IV	10%	definitiva
3	4	5	5	1,7	18,825

Gráfico 5. Control de notas de un estudiante representante del grupo C.

Así, dada la clasificación en estos tres grupos A, B y C, podemos ver mediante el siguiente gráfico, la distribución de estudiantes, su cantidad y el porcentaje que estos representan dentro de el grupo total de estudiantes que permanecieron el el curso.

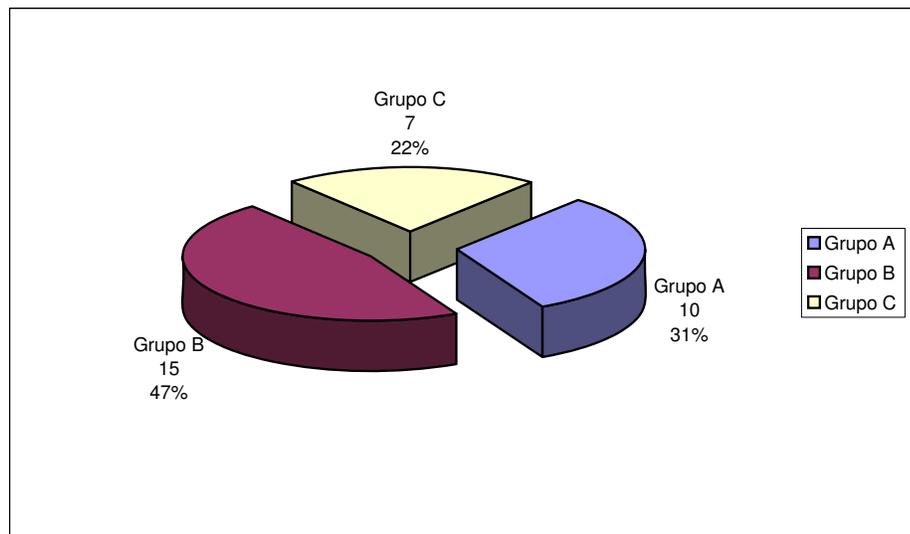


Gráfico 6. Distribución de estudiantes de acuerdo a su clasificación por grupos.

6. Reflexiones Finales

Al comenzar este proyecto en la Escuela de Educación de la Facultad de Humanidades, sólo tenía como expectativa aplicarlo y adquirir una pequeña experiencia en el ámbito laboral aún cuando soy estudiante de pregrado. Pero mis expectativas fueron superadas por completo. No conocía desde este punto de vista (como profesor) el proceso de enseñar, y por haber sido ésta mi primera experiencia, me dejó una gran enseñanza.

Al principio sentí ansiedad y a la vez temor, no estaba seguro si podría hacerlo, el primer día de clase estaba muy nervioso pero poco a poco fui sintiendome más cómodo, hasta el punto en que los nervios desaparecieron por completo. La receptividad por parte de los estudiantes me alentó y me dió más seguridad para seguir adelante. Sentía que parte de su futuro estaba en mis manos y no podía dejarlos sólo en esto.

Observe muchas deficiencias por parte de mis estudiantes, de las cuales muchas fueron superadas al principio y las otras en el camino. También falta de constancia, los estudiantes no se mantenían al día, dejaban los ejercicios para un día antes de la evaluación y esto no les permitía avanzar. Ante un quiz era una total incertidumbre para ciertos estudiantes, no sabían como abordar ningún ejercicio y siempre terminaban fracasando.

Poco a poco fuí notando su gran temor a ser evaluados, y en particular, recuerdo un caso de gran nerviosismo por parte de un estudiante, al momento de un examen parcial. El joven temblaba (literalmente), mientras me hacía una pregunta durante una evaluación, eso significa

que la evaluación explícita tiene un carácter absolutamente punitivo tanto para él como para muchos; sin pensar en este hecho, aún cuando este ocurre con frecuencia, fue la intención de realizar actividades extraordinarias, donde la evaluación pasara a segundo plano, en ocasiones ni siquiera perceptible. Esto fue excelente pues los estudiantes trabajaron muy bien, completamente desestresados, sin temor ni nerviosismo. Cuando comenzaron estas actividades los estudiantes se mostraron más motivados. Allí resolvían ejercicios, se preocupaban por hacer las actividades, se divertían, y se mantenían al día. Cada juego, cada resolución de problemas, cada trabajo en equipo, lo hacían sin presión, sin estrés. Esto arrojó muy buenos resultados y sin saberlo estaban siendo evaluados.

Por otra parte, el contacto humano juega un papel muy importante en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El profesor y el alumno no son seres aislados uno del otro, por el contrario estos deben mantener una relación cercana, sin rallar en el irrepeto, tal que les genere a los estudiantes seguridad y confianza. Cada vez que alguno de mis estudiantes mostraba falta de motivación, me acercaba a él, y sin la intención de irrumpir en su vida privada sólo preguntaba si algo estaba mal, por lo general me contaban lo que les ocurría y lo que no les permitía estar al día con el curso, generalmente eran problemas personales, lamentablemente no pueden dejar sus problemas de lado y seguir adelante como si nada ocurriera, pues esto les afecta emocionalmente y por ende, también en su atención en clase y en su rendimiento.

Recuerdo un caso de total apatía, un estudiante que aún cuando el contacto humano estaba presente, este no podía avanzar ni demostrar mejoras en su rendimiento, siempre tenía un "no sé" por respuesta y un examen en blanco que entregar. Para mí fue realmente difícil tratar de ayudar a este joven, lamentablemente no superó los objetivos del curso, así terminó reprobando.

Podría citar aquí muchos casos que me llamaron la atención durante mi desempeño como profesor-pasante, pero en eso no consiste esta sección.

No tengo ningún tipo de preparación a nivel de psicología, por lo tanto, todo lo que digo aquí está basado únicamente en apreciaciones muy subjetivas. Me gustaría, sin embargo, mencionar algunas de las cosas en las que me hubiese gustado contribuir, por ejemplo, mejorar la fobia de los estudiantes hacia los exámenes, esto es algo que se ha venido sembrando dentro de ellos de manera inconciente sin que podamos hacer mucho por subsanarlo. Creo que algún recurso psicológico podría ayudarlos a superar esto y así permitirles que disfruten más un curso sin preocuparse por aprobarlo o no.

También las horas de clase son muy reducidas para abordar todo el contenido programático del curso, sin dar la impresión de estar acelerado. Cada clase consistía de noventa (90) minutos, tres (3) veces por semana. Esto lo logre superar, gracias a las actividades extraordinarias que le agregaron cuatro (4) horas extras a el tiempo de permanencia con los estudiantes. Así las horas de clase designadas por el departamento fueron sólo para dictar los temas y realizar evaluaciones parciales y las otras para resolver ejercicios, consultar dudas, realizar juegos, así ninguna actividad, a las que decidí llamarle extraordinaria, interfirió con las horas de clase.

Afortunadamente no se presentó ningún inconveniente de gran magnitud durante el transcurso de esta pasantía, salvo el gran número de problemas de la Universidad que nos mantenía un poco lentos en el avance del curso, pero con todo y esto se logró concluir la asignatura de manera exitosa y conseguir el logro de todos los objetivos propuestos desde el principio.

Sólo me queda decir que lejos de ser una mala experiencia, me pareció la mejor. Cada error cometido me ayudó a mejorar mi calidad para enseñar, me siento muy orgulloso del trabajo hecho durante estas cortas 16 semanas, y sólo espero mejorar cada día y seguir poniendo en práctica este maravilloso proyecto, en cada oportunidad que tenga de ahora en adelante en mi desempeño como Profesional en Matemáticas.

Apéndice

Con el propósito de que este trabajo sirva de ayuda para todos aquellos compañeros estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas, que de la misma manera que yo tengan la iniciativa de enseñar durante un semestre Cálculo Diferencial e Integral, y por efectos de su inexperiencia no sepan cómo elaborar algún material de evaluación o cualquier otra actividad apta para ser aplicada a un grupo de estudiantes, se presenta un pequeño compendio de modelos de pruebas parciales, quices, talleres de resolución de problemas, entre otros.

Espero que resulte de gran utilidad y agrado para el momento en que alguien lo necesite.

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
 FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
 ESCUELA DE EDUCACIÓN
 CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL
 MÉRIDA - VENEZUELA.

Examen I

1. _ Demuestre que:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{14x^2 - 20x + 6}{x - 1} = 8$$

valor 3 pts

2. _ Calcule los límites propuestos a continuación:

a)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 7x + 5}{x^3 + 2x^2 - 9x + 6}$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 7x}{8x}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - \sqrt{x} - 6}{3 - \sqrt{x}}$$

d)

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{\sin 2x}$$

Ayuda: $\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$

valor: 2 pts c/u

3. _ Hallar, en caso de que exista, el $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$, donde $g(x)$ viene dada por:

a)

$$g(x) = \begin{cases} \frac{e^x}{2} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

b)

$$g(x) = \frac{|x|}{x}$$

valor: 1.5 pts c/u

4. _ Resolver las siguientes indeterminaciones:

a)

$$\lim_{x \rightarrow \pi} (1 + \sin x)^{2 \csc x}$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x^2 - x} - x$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{x/2}}{x}$$

valor: 2 pts c/u

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
ESCUELA DE EDUCACIÓN
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL
MÉRIDA - VENEZUELA.

Examen II

1. _ Dada f ver la continuidad en $x_0 = 3$. Si f no es continua en x_0 decir el tipo de discontinuidad. Redefina f en caso de ser necesario para que sea continua.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-27}{x-3} & \text{si } x \neq 3 \\ 23 & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

2. _ Encuentre los valores de a y b de manera que f sea continua sobre toda la recta real.

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ ax + b & \text{si } 1 < x < 2 \\ 3x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

3. _ Sea $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \ln x$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ dada por $g(x) = \sin x$. Si f es continua en $x_0 = 1$, y g es continua en $y_0 = 0$, muestre que $g \circ f$ es continua en x_0 . Escribir el dominio y contradominio de la función compuesta.

4. _ Sea $f(x) = (x-1)^3$. Demuestre que f posee una solución en $[0, 2]$. Hallar explícitamente la solución de f .

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
ESCUELA DE EDUCACIÓN
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL
MÉRIDA - VENEZUELA.

Examen III

1. _ a) Hallar los puntos de la gráfica de $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - x - 1$, donde la pendiente de la recta tangente es 1. 2.5 pts
- b) Calcule la pendiente de la recta tangente a $(x^2 + y^2)^2 = 4x^2y$ en el punto (1,1). 2.5 pts
2. _ Hallar $g''(1)$ donde $g(x) = \frac{6x-5}{x^2+1}$ 3 pts
3. _ Sea $y^2 = (x - y)(x^2 + y)$. Calcular y' 3 pts
4. _ Sea $f(x) = \arcsin\left(\sqrt{\cos\left(\sqrt[3]{x^3 - 1}\right)}\right) \ln(2)^{\tan(x^2)} + x^{2x}$.
Calcule $f'(x)$. 5 pts
5. _ Sea $f(x) = x^4 - 2x^2$. Hallar todos los puntos $c \in (-2, 2)$ donde $f'(c) = 0$. 4 pts

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
ESCUELA DE EDUCACIÓN
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL
MÉRIDA - VENEZUELA.

Examen IV

En los siguientes ejercicios, bosquejar la gráfica de cada función utilizando los criterios de derivación vistos en clase.

Calcular: Dominio de la función, puntos de corte con los ejes coordenados, extremos relativos (máximos y/o mínimos locales), intervalos de crecimiento y decrecimiento de la f , puntos de inflexión, intervalos de convexidad y concavidad, asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

a) Sea $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$. Dar la ecuación y bosquejar una sección de la recta tangente y normal a la gráfica de f en los puntos $(x_0, f(x_0))$ y $(x_1, f(x_1))$ con $x_0 = 1$ y $x_1 = -1$.

b) Sea $f(x) = \frac{3x^2-1}{x}$. Dar la ecuación y bosquejar una sección de la recta tangente y normal a la gráfica de f en los puntos $(x_0, f(x_0))$ y $(x_1, f(x_1))$ con $x_0 = 1$ y $x_1 = -1$.

10 pts c/u

Mérida, 19/07/07.

Examen V

Integración

1. _ Calcular

$$\int \frac{3x - 1}{x^2 - x - 6} dx$$

2. _ Calcular

$$\int_0^1 \ln(1 + x^2) dx$$

3. _ Encuentre el área de la región acotada por la curva $y = x^3 - x^2 - 6x$, y el eje X .4. _ Encuentre el volumen del sólido que se genera al hacer girar en torno al eje X la región acotada por la recta $y = 6x$ y $y = 6x^2$.

5 pts c/u

Mérida, 20/07/07.

Examen Diferido

1. _ Dada $f(x) = \frac{x}{2}e^{-\arcsin(3x\sqrt{x+1})}$, calcular $f'(x)$.

2. _ Calcular

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^4 - 2x + 3}{x^4 - 3x^2 - 1} \right)^x$$

3. _ Calcular

$$\int x^2 \ln(1+x) dx$$

4. _ Calcular

$$\int_{\ln(1)}^1 x^3 e^{-x} dx$$

5. _ La región limitada por la parábola $y = 4x - x^2$ y el eje X , se hace girar en torno al eje X . Hallar el volumen del sólido resultante. Bosqueje la gráfica del sólido.

Valor 4 pts c/u.

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
ESCUELA DE EDUCACIÓN
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL
MÉRIDA - VENEZUELA.

Resolución de Problemas
Derivadas

1. _ Un experimento sugiere que un cuerpo que cae descenderá aproximadamente $16t^2$ pies en t segundos. Encuentre la velocidad instantánea en $t = 3$.
2. _ Un objeto viaja a lo largo de una recta, de modo que su posición es $s = t^2 + 1$ metros después de t segundos. ¿Cuál es la velocidad instantánea en $t = 2$. ?
3. _ Suponga que un objeto se mueve a lo largo de un eje coordenado de modo que su distancia dirigida, medida desde el origen después de t segundos es de $\sqrt{2t + 1}$ pies.
 - Encuentre la velocidad instantánea en $t = \alpha$, $\alpha > 0$
 - ¿Cuándo alcanzará una velocidad de $1/2$ pie/seg?
4. _ Si una partícula se mueve a lo largo de un eje coordenado de modo que su distancia dirigida, medida desde el origen, después de t segundos es $(-t^2 + 4t)$ pies. ¿En qué momento su velocidad instantánea es 0. ?
5. _ Cierta cultura de bacterias crece de modo que tiene una masa de $\frac{1}{2}t^2 + 1$ gramos después de t horas. ¿Cuál fue la tasa instantánea de crecimiento en $t=2$?
6. _ Una ciudad es azotada por una epidemia de gripe Asiática. Las autoridades estiman que t días después del inicio de la epidemia, el número de personas enfermas con la gripe está dado por $p(t) = 120t^2 - 2t^3$. ¿A qué tasa se expande la gripe en el instante $t = 10$? ¿y en $t = 20$?

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
ESCUELA DE EDUCACIÓN
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL
MÉRIDA - VENEZUELA.

Taller de Derivadas

1. $f(x) = 2x^{-2}$
2. $f(x) = \frac{3}{x^3} - \frac{1}{x^4}$
3. $f(x) = (-3x + 2)^2$
4. $f(x) = \frac{1}{4x^2 - 3x + 9}$
5. $f(x) = (7 + x)^5$
6. $f(x) = (3x - 2)^2(3 - x^2)^2$
7. $f(t) = \left(\frac{3t-2}{t+5}\right)^3$
8. $f(x) = x \sin^2(2x)$
9. $f(x) = 2 \sin x + 3 \cos x$
10. $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$
11. $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$
12. $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\cos x}$
13. $f(x) = \sin(x^3)$. Hallar $f'''(x)$
14. $f(x) = x^2 + 1$. Hallar $f''(2)$
15. $f(x) = (\cos(\pi\theta))^{-2}$. Hallar $f''(2)$
16. $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x-1}$. Hallar $f''(2)$
17. $x^2 + \alpha^2 y^2 = 4\alpha^2$, con α constante. Hallar y'
18. $x\sqrt{y+1} = xy + 1$. Hallar y'
19. $xy + \sin(xy) = 1$. Hallar y'
20. $y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$. Hallar y'
21. $g(x) = |x|$, en $[-2, 2]$. Usar el TVM
22. $f(x) = \sin x$ en $[-\pi, \pi]$. Usar el TVM
23. $T(\theta) = \tan \theta$, en $[0, \pi]$. Usar el TVM
24. Demuestre el Teorema de Rolle. Usar el TVM

Bibliografía

- [1] Fuentes Hernández, Maria Leonor . *Límites y Continuidad de Funciones de una Variable*. Editorial Venezolana, C.A. Mérida, 2005.
- [2] Gil Pérez, D. Guzmán Ozámiz, Miguel de . *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e Innovaciones*. Editorial Popular, S.A. Universidad Complutense de Madrid, 1993
- [3] Larson, Hostetler, Edwards. *Cálculo Volumen I*. Quinta Edición. Mc Graw Hill. Madrid, 1995.
- [4] Piskunov, N. *Cálculo Diferencial e Integral. Tomos I y II*. Tercera Edición. Editorial Mir. Moscú, 1977.
- [5] Purcell, Varberg y Rigdon. *Cálculo, Octava Edición*. Editorial Prentice Hall. Pearson Educación México 2001.